MATEMÁTICA
6º ANO

Manual do (a) aluno (a)

Matemática

6º ANO

MANUAL DO(A) ALUNO(A)

MATEMÁTICA

6º ano

Manual do(a) aluno(a)

Ministério da Educação

Autores

João Almeida Duarte

Vanda Duarte Delgado

Capa e Design Gráfico

Oficina de Utopias

Ilustração

Oficina de Utopias - Gilardi Reis

Revisão Científico-pedagógica

Paulino Fortes, Luísa Cardoso Monteiro e Maria de Lourdes Semedo

Revisão Linguística

Adelcise Ramos, Ana Santos e Maria Antónia Varela

Coordenação Geral

Direção Nacional de Educação

Impressão e Acabamento

Tipografia Santos

Edição

2020

Este Livro respeita as regras do
Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.

APRESENTAÇÃO DO MANUAL

Dando continuidade ao teu estudo de Matemática, consideramos necessário teres um instrumento atraente e adequado, capaz de suscitar o teu gosto pela aprendizagem.

Este manual foi elaborado com base no programa do 2º Ciclo do Ensino Básico e está estruturado em quatro áreas temáticas:

- Números e Operações I
- Geometria e Medida
- Organização e Tratamento de dados
- Números e Operações II

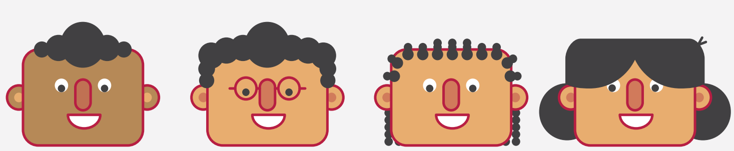
Em cada área, vais encontrar:

- Um pouco de História ou uma situação sobre a unidade de estudo;
- Atividades de diagnóstico e problemas, através dos quais poderás explorar os conteúdos e descobrir novos conhecimentos. Estes podem ser resolvidos individualmente ou em grupo;
- Atividades de consolidação que integram questões diversificadas para desenvolveres e consolidares os conhecimentos adquiridos.

Os autores

ÍNDICE

→ Para acesso rápido
clique em cima de cada UNIDADE



UNIDADE 1

NÚMEROS E OPERAÇÕES I

UNIDADE 1
NÚMEROS E OPERAÇÕES I

NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS:

- Multiplicação em e suas propriedades;
- Divisão em ;
- Potenciação em .

NÚMEROS RACIONAIS (DESCRIÇÃO):

- Representação gráfica de números racionais não negativos;
- Frações equivalentes;
- Frações decimais;
- Comparação e ordenação de números racionais não negativos;
- Valores aproximados.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS NÃO NEGATIVOS:

- Adição e subtração, multiplicação e divisão de números representados nas formas fracionária e decimal;
- Propriedades da adição e da multiplicação de números racionais não negativos representados nas formas fracionária e decimal;
- Potência de expoente inteiro;

OBJETIVOS:

- Multiplicar números inteiros relativos;
- Compreender e aplicar as propriedades e regras da multiplicação de números inteiros relativos;
- Dividir números inteiros relativos;
- Calcular o valor de uma potência de base inteira e expoente natural;
- Compreender as propriedades e regras das operações com potências de base inteira e expoente natural, de modo a usá-las no cálculo;
- Compreender e usar um número racional como quociente, relação parte-todo, razão, medida e operador;
- Identificar uma fração com o quociente entre dois números inteiros (divisor diferente de zero);
- Identificar o numerador e o denominador de uma fração;
- Distinguir número inteiro de um número não inteiro;
- Representar um número racional não negativo sob a forma de fração;
- Identificar número racional como sendo todo o número que se pode representar por uma fração;
- Representar graficamente partes da unidade;
- Representar números racionais não negativos na reta numérica;

- Identificar frações que representem:
  - O número 1;
  - Números menores que 1;
  - Números maiores que 1.
- Comparar e ordenar números racionais não negativos representados de diversas formas;
- Identificar frações equivalentes a uma fração dada;
- Identificar fração decimal;
- Converter uma fração decimal em número decimal e vice-versa;
- Escrever uma fração na sua forma irredutível;
- Determinar o valor aproximado de um número racional não negativo;
- Indicar o valor aproximado de uma soma, uma diferença, um produto ou um quociente de números racionais não negativos, por defeito e por excesso, às unidades, às décimas ou às centésimas;
- Estimar a resposta a problemas, envolvendo números racionais não negativos;
- Calcular a soma de dois ou mais números racionais não negativos;
- Aplicar as propriedades da adição de números racionais não negativos;
- Calcular, quando possível, a diferença de dois números racionais não negativos, seja qual for a sua representação;
- Calcular o produto de dois números racionais não negativos;
- Aplicar as propriedades da multiplicação de números racionais não negativos;
- Calcular o quociente de dois números racionais não negativos;
- Representar o quociente de dois números na forma decimal, quando possível;
- Calcular o valor numérico de uma potência de base racional e expoente inteiro;
- Compreender as propriedades e as regras das operações com potências de base racional e expoente inteiro e usá-las no cálculo;
- Usar o facto de que o valor da potência de expoente nulo, e base diferente de zero, é sempre igual a 1;
- Calcular o valor de expressões numéricas com números racionais não negativos;
- Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações usando as suas propriedades.

NOTA HISTÓRICA

Já deves ter percebido que a história dos números e a história do Homem estão intimamente ligadas, pois desde sempre foi necessário contar e efetuar medições. A necessidade de comunicar as quantidades correspondentes a essas medições deu origem a diferentes formas de representar os números. Nos anos anteriores, certamente, aprendeste algumas dessas formas de representar os números: inteiros e décimais. Este ano vais conhecer uma nova forma de representar os números, que foi destaque na Matemática egípcia, que são as frações. Estas foram necessárias por duas razões. Por um lado, porque permitiam dividir igualmente os bens que se pagava aos trabalhadores em substituição do salário. Por outro lado, as inundações provocadas pelas cheias do rio Nilo obrigavam a medições de terrenos e nem sempre essas medições eram expressas em números inteiros.

NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS

No 5º Ano, para resolver algumas situações no dia a dia, tivemos a necessidade de introduzir o conjunto dos números inteiros relativos, que designamos por .
O conjunto   é formado pelos números inteiros negativos, o zero e os números inteiros positivos.
Com a introdução do conjunto , a operação de subtração, que nem sempre era possível no conjunto dos números naturais, passou a ser possível para quaisquer dois números inteiros.

ATIVIDADES DE REVISÃO

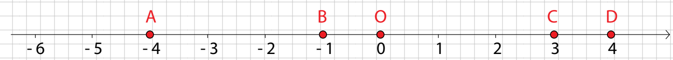
1. Exprime, utilizando números inteiros relativos:
1.1 O António deve 200 escudos ao irmão.

1.2 .A temperatura numa cidade Europeia, num determinado dia, foi de 4 graus abaixo de zero.

1.3. Uma empresa nacional teve um lucro anual de 1000 contos.

1.4. O vulcão do Fogo está a uma altitude de 2829 m acima do nível médio do mar.

2. Considera a reta numérica da figura.



Indica:

2.1. As abcissas dos pontos A, B, O, C e D representados na reta.

2.2. Dois pontos equidistantes da origem.

2.3. O valor absoluto das abcissas dos pontos A, B e C.

3. Considera os números:

-7 , +3 , +2 , -3 , 0 , +6

3.1. Escreve-os por ordem crescente.

3.2. Indica dois números simétricos..

4. Calcula o valor de cada uma das seguintes somas:

4.1. (+2) + (+10) **4.2.** (-8) + (-3)
4.3. (+5) + (-7) **4.4.** (+6) + (-4)
4.5. (+11) + (-11) **4.6.** (+9) + (-27) + (+8) + (-12)

5. Um termómetro marcava 12º , depois desceu 8º , em seguida subiu 4º e finalmente voltou a descer 5º.

Exprime a temperatura final por uma soma de números relativos e calcula o seu valor.

6. Calcula:

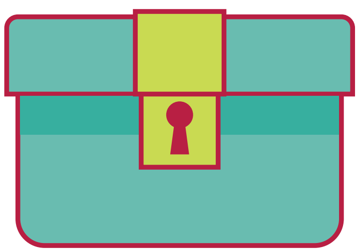
6.1 (+4) - (-2) **6.2** (-3) - (+15)

6.3 (+ 7) - (- 4) - (+5)

MULTIPLICAÇÃO EM

Para além das operações estudadas no ano anterior, vamos agora aprender a multiplicar números inteiros relativos.

A Carla tem um cofre onde deposita todos os meses 200 escudos. Daqui a 5 meses quantos escudos ela terá em relação ao que tem hoje?



Com certeza dirás que ela terá 1000 escudos. Representando o depósito de 200 escudos por +200 e 5 meses por +5, o dinheiro ao fim dos 5 meses, relativamente ao dia de hoje, será representado por:

$(+200) \times (+5) = +1000$

Como podes ver, esta situação foi traduzida por um produto de dois números inteiros positivos, cujo resultado é ainda um número inteiro positivo.

O produto de dois números inteiros positivos é um número inteiro positivo cujo valor absoluto é igual ao produto dos valores absolutos dos fatores.

O pai da Carla pretende comprar uma bicicleta que pagará em 5 prestações de 3000 escudos cada. Qual será o valor da dívida?

Para calcular o valor da dívida, que se representa por um número negativo, podemos escrever:

$(-3000) + (-3000) + (-3000) + (-3000) + (-3000)$
$= -15000$

Mas também já sabes que:

$(-3000) + (-3000) + (-3000) + (-3000) + (-3000)$
$= (-3000) \times 5 = (-3000) \times (+5) =$
$= -15000$

O produto de dois números inteiros de sinais contrários é um número inteiro negativo cujo valor absoluto é igual ao produto dos valores absolutos dos fatores.

Se o pai da Carla levantar todos os meses 5000 escudos da conta poupança, há três meses quanto dinheiro ele tinha relativamente ao que tem hoje?

Com certeza que dirás que ele tinha 15000 escudos.

Representando o levantamento de 5000 escudos por (-5000) e três meses passados por (-3), podemos escrever

(-5000) × (-3) que significa o dinheiro que ele tinha a mais, há três meses, relativamente ao dinheiro que tem hoje.

ENTÃO

(-5000)×(-3)=(+15000)

O produto de dois números inteiros negativos é um número inteiro positivo cujo valor absoluto é igual ao produto dos valores absolutos dos fatores.

Qual é o valor do produto de (+7) x 0 e de 0 x (-4) ? Porquê?

ATIVIDADES

1. Calcula:

1.1. (+2) × (-3)

1.2. (-5) × (-4)

1.3. (+7) × (+3)

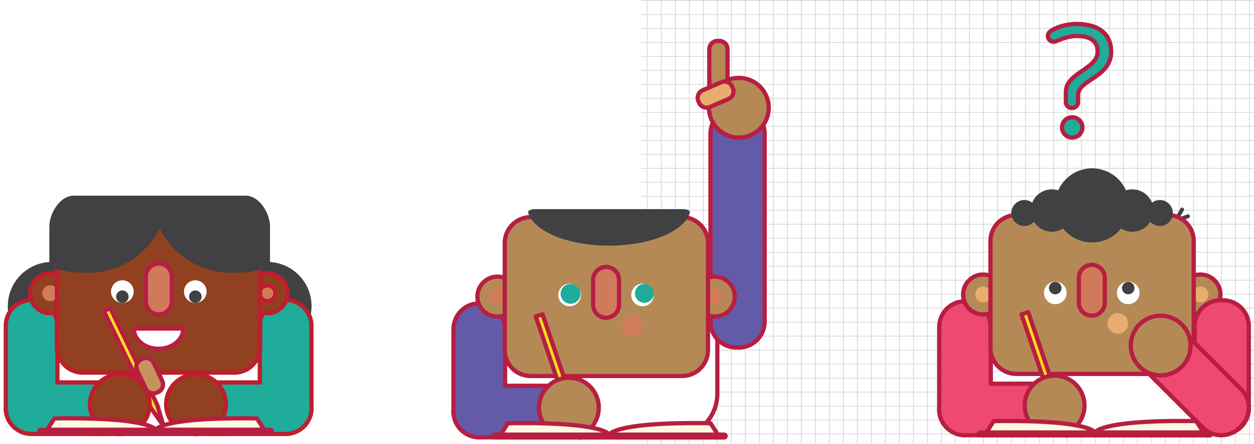
1.4. (-1) × (+2)

1.5. (-9) × 0

1.6. (-2) × (+8)

2. Completa a tabela:

×	-7	-3	0	+1	+6	+8
-9	+63					
-4					-24	
-1		+3				
+5						
+7			0			
+10						



PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO EM

Vamos começar por verificar que as propriedades da multiplicação estudadas anteriormente se vão manter na multiplicação em . Observa o seguinte quadro, com exemplos:

			×	×	(×)×	×(×)	×1	×0
-3	+5	-2	(-3)×(+5) =-15	(+5)×(-3) =-15	[(-3)×(+5)]×(-2) =(-15)×(-2) =+30	(-3)×[(+5)×(-2)] =(-3)×(-10) =+30	(-3)×(+1) =-3	(-3)×0 =0
+2	-4	+3	(+2)×(-4) =-8	-4×(+2 =-8	[(+2)×(-4)]×(+3) =-8×(+3)) =-24	(+2)×[(-4)×(+3)] =(+2)×(-12) =-24	(+2)×(+1) =+2	(+2)×0 =0

De acordo com o quadro, sendo ***a, b*** e ***c*** três números inteiros relativos quaisquer podemos observar que:

- A multiplicação em é *comutativa.*

  × = ×

- A multiplicação em é *associativa.*

  (×)× = ×(×)

- Existência de elemento neutro

  +1 é o elemento neutro

  ×(+1)=(+1)× =

- Existência de elemento absorvente

  0 (zero) é o elemento absorvente

  ×0=0× =0

- A multiplicação em é *distributiva* em relação à adição algébrica

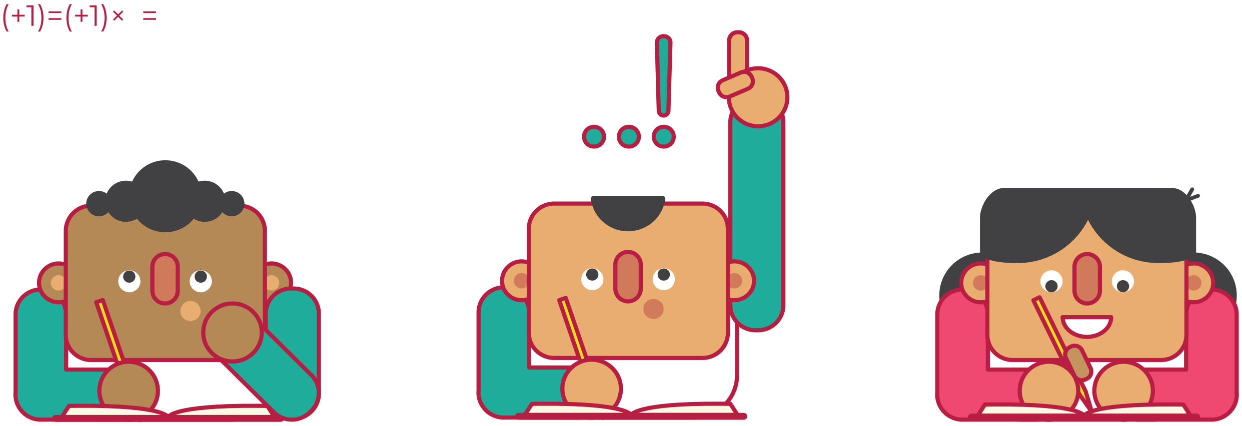
  ×(+)= × + ×

  (+)× = × + ×

Exemplo: -3×[(+5)+(-2)]=-3×(+5)+(-3)×(-2)

-3×(+3)=-15+(+6)

-9=-9



DIVISÃO EM

Considerando alguns exemplos de divisão exata de números naturais, temos:

30 ÷ 6 = 5 pois 5 × 6 = 30

48 ÷ 12 = 4 pois 4 × 12 = 48

Assim, a divisão exata de por (÷) sendo e dois números inteiros relativos e diferente de zero, é um número inteiro relativo tal que = × .

Vamos aplicar esses conhecimentos para estudar a divisão exata em

Vejamos os exemplos abaixo:

EXEMPLO 1

(+18) ÷ (+3)

(+18) ÷ (+3) = , então (+3) × = (+18),

logo = (+6)

Podemos afirmar que (+18)÷(+3)=(+6)

(+40) ÷ (+8)

(+40) ÷ (+8) = , então (+8) × c = (+40) ,

logo c = (+5)

Podemos afirmar que (+40) ÷ (+8) = (+5)

EXEMPLO 2

(+18) ÷ (-3)

À semelhança do exemplo 1, escrevemos

(+18) ÷ (-3) = , então (-3) × = (+18), logo =(-6)

Podemos afirmar que (+18)÷(-3)=(-6)

(+40) ÷ (-8)

escrevemos

(+40) ÷ (-8)= , então (-8) × = (+40) ,logo =(-5)

Portanto, (+40) ÷ (-8) = (-5)

EXEMPLO 3

(-18) ÷ (-3)

Semelhantemente aos casos anteriores, temos

(-18) ÷ (-3) = , então (-3) × = (-18) , logo = (+6)

Podemos afirmar que (-18) ÷ (-3) = (+6)

(-40) ÷ (-8)

(-40) ÷ (-8) = , então (-8) × = (-40), logo =(+5)

Podemos afirmar que (-40) ÷ (-8) = (+5)

EXEMPLO 4

0÷(+3)

0÷(+3)= , então , logo (+3)× =0. Justifica

Os exemplos anteriores permitem-nos concluir que:

Para efetuar a divisão exata de um número inteiro relativo por um outro número inteiro relativo, diferente de zero, dividimos o valor absoluto do dividendo pelo valor absoluto do divisor.

- Quando os dois números têm o mesmo sinal, o quociente é um número inteiro positivo.

- Quando os dois números têm sinais contrários, o quociente é um número inteiro negativo.

Se o dividendo for zero, o quociente é igual a zero.

0÷ =0 porque ×0=0

A divisão em nem sempre é possível.

(+4)÷(+8)=c

então (+8)×c=+4 , logo c=(+0,5) , mas +0,5

ATIVIDADES

Calcula:

1) (-27) ÷ (-3)

2) (-20) ÷ (-4)

3) (-55) ÷ (+5)

4) (-16) ÷ (+4)

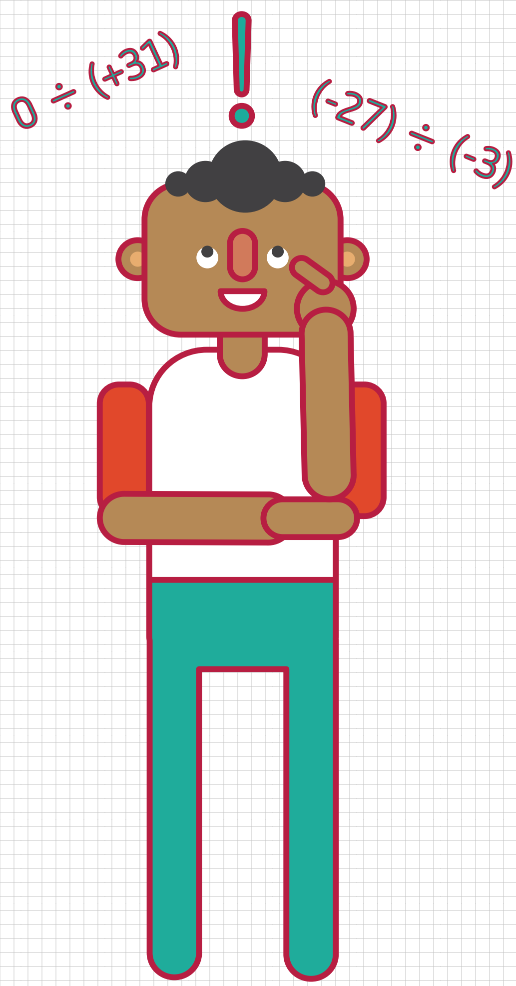
5) (-17) ÷ (+17)

6) (+45) ÷ (+9)

7) (-100) ÷ (+10)

8) 0 ÷ (-18)

9) 0 ÷ (+31)



POTENCIAÇÃO EM

Como já sabes, uma potência é um produto de fatores iguais. O fator que se repete é a base da potência; o número de vezes que ele se repete é o expoente.

EXEMPLO

$5^{6} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

onde 5 é a base da potência 6 é o expoente.

Considerando potências cuja base é um número inteiro relativo, podemos exemplificar algumas situações:

$(+3)^2 = (+3) \times (+3) = +9$

$(+2)^3 = (+2) \times (+2) \times (+2) = +8$

$(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$

$0^5 = 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$

Uma potência de base positiva é sempre positiva.

Uma potência de base negativa é positiva se o expoente for par e negativa se o expoente for impar.

Uma potência de base igual a zero é sempre igual a zero.

As regras conhecidas para o cálculo de produtos e quocientes mantêm-se válidas em .

OPERAÇÕES COM POTÊNCIAS

Considerando a e b números inteiros relativos e n e m números naturais.

Potências com a mesma base

Produto

Exemplo ilustrativo

$(-2)^3 \times (-2)^2 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^5$

Regra

$a^n \times a^m = a^{n+m}$

Quociente

Exemplo ilustrativo

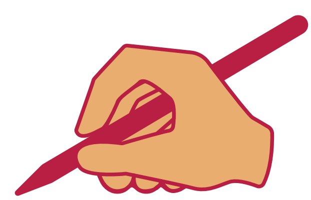
$(-2)^3 \div (-2)^2 =$

$= [(-2) \times (-2) \times (-2)] \div [(-2) \times (-2)]$

$= (-8) \div (+4) = (-2) = (-2)^1$

Regra

$a^n \div a^m = a^{n-m}$ sendo $a \neq 0$ e $n \geq m$



Potências com o mesmo expoente

Produto

Exemplo ilustrativo

$(-2)^2 \times (+3)^2 = (-2) \times (-2) \times (+3) \times (+3)$

$= [(-2) \times (+3)] \times [(-2) \times (+3)]$

$= (-6) \times (-6) = (-6)^2$

Regra

$^n \times \ ^n = (\ \times \ )^n$

Quociente

Exemplo ilustrativo

$(-6)^2 \div (-2)^2 =$

$= [(-6) \times (-6)] \div [(-2) \times (-2)]$

$= (+36) \div (+4) = (+9) = (+3)^2$

Regra

$^n \div \ ^n = (\ \div \ )^n$ sendo $\ \neq 0$

Potência de uma potência

Qual é o cubo do quadrado de -2 ?

A expressão pode ser traduzida matematicamente por $[(-2)^2]^3$, que representa a potência de uma potência (a base é uma potência).

Facilmente, calculas o valor dessa potência.

$[(-2)^2\,]^3 = (-2)^2 \times (-2)^2 \times (-2)^2 = (-2)^6 = +64$

Uma potência de uma potência é igual a uma uma potência com a mesma base e cujo expoente é o produto dos dexpoentes.

Regra $(\ ^{n})^{m} = \ ^{n\times m}$

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Calcula o valor das seguintes potências:

1.1 $(-4)^3$ **1.2** $(-2)^6$ **1.3** $(+5)^2$

2. Sem efetuar as operações, indica o sinal do resultado:

2.1. $(-7)^{53}$ **2.2.** $(+2)^{100}$

2.3. $(-5)^{10}$ **2.4.** $[(-3)^2\,]^7$

2.5. $[(-6)^3\,]^5$ **2.6.** $[-(+2)^2\,]^7$

3. Calcula o valor das seguintes expressões:

3.1. $(-3)^2 + (-2)^2$ **3.2.** $(+2)^2 - (+5)^2$

3.3. $[(-3) + (-2)]^2$ **3.4.** $(-5)^6 \div (-5)^5$

3.5. $(-3)^2 \times (-3)^3 \div (-3)^5$ **3.6.** $(-4)^2 \times (-5)^2 \div (+4)^2$

4. Completa, utilizando as propriedades da multiplicação:

4.1. $(-4) \times (+2) \times (-5) = (-4) \times$ ....

4.2. $(-12) \times$ .... $= (-3) \times$ ....

4.3. $(-7) \times$...$= 0$

4.4. $(-2) \times (+5) + (-2) \times (+3) = (-2) \times$ (...+...)

5. Calcula:

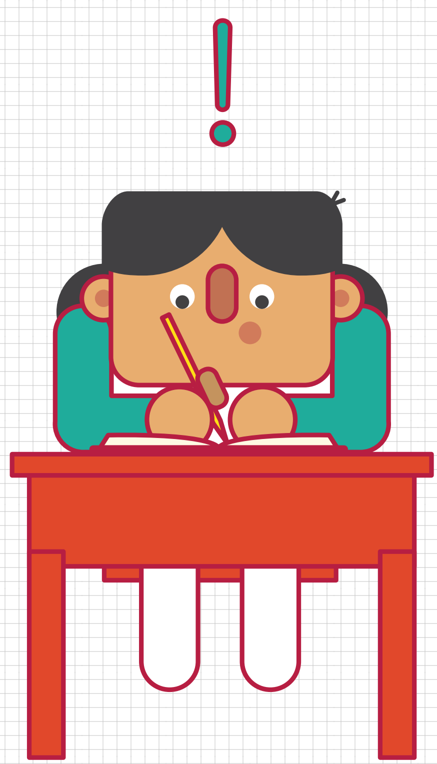
5.1. $|(-3) \times (-8)\,|$ e $|-3| \times |-8|$

5.2. $|(+3) \times (-8)|$ e $|+3| \times |-8|$

5.3. $|(+3) \times (+8)|$ e $|+3| \times |8|$

6. A partir do exercício 5, completa:

$|\ \times\ | =$ .... $\times$ ....

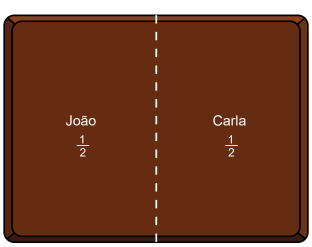


NÚMEROS RACIONAIS NÃO NEGATIVOS

Durante o intervalo, o João e a Carla compraram um chocolate e resolveram dividi-lo em duas partes iguais. Entretanto, minutos depois chegaram mais dois colegas, o António e a Sandra e estes resolveram dividir cada metade em outras duas partes iguais. Que porção do chocolate coube a cada um dos quatro colegas?
Será que a porção de chocolate que coube a cada um representa um número inteiro?
Como representar a quantidade exata com que ficou cada um?

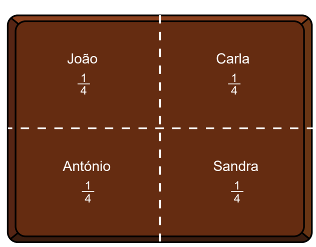
Vejamos o que aconteceu:

1 chocolate



Primeira divisão

1 chocolate



Segunda divisão

Por observação das figuras, conclui-se que:

- Quando o chocolate foi dividido em duas partes iguais, cada colega recebeu uma dessas partes, isto é, recebeu uma metade ou um meio do chocolate, que se representa por $\frac{1}{2}$ que é o mesmo que $1 \div 2$.
- Quando o chocolate foi dividido em quatro partes iguais, cada colega, recebeu uma dessas partes, isto é, recebeu a quarta parte do chocolate, que se representa por $\frac{1}{4}$ que é o mesmo que $1 \div 4$.

Isso permite-nos dizer que:

- Se uma unidade é dividida em duas partes iguais, obtemos uma metade ou um meio, que se representa por $1 \div 2$ ou na forma de fração por $\frac{1}{2}$.
- Se uma unidade é dividida em quatro partes iguais, obtemos uma quarta parte ou um quarto, que se representa por $1 \div 4$ ou na forma de fração por $\frac{1}{4}$.

De igual modo, podemos dizer que $1 \div 2$ e $\frac{1}{2}$ são representações do mesmo quociente e equivalentes a 0,5 , assim como $1 \div 4$ e $\frac{1}{4}$ são equivalentes a 0,25.

Esses valores representam o quociente exato das divisões consideradas anteriormente, ou seja, a quantidade exata de chocolate, com que ficou cada um dos quatro colegas.

Observemos que $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ não representam números inteiros.

Se o chocolate fosse divido em três partes iguais, teríamos um valor exato do quociente?

Vejamos o que acontece neste caso:

$$\begin{array}{r|l} 1{,}0 & 3 \\ \hline 1 & 0{,}333... \end{array}$$

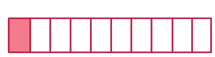
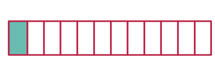
$1 \div 3 = 0,333...$

$1 \div 3 = 0,333...$ ------ 0, 333... não é o quociente exato de 1 por 3.

Isto significa que a única forma de representar o valor exato do quociente é na forma de fração $\frac{1}{3}$, que se lê "um terço".

Na fração $\frac{1}{4}$
1 e 4 são os termos da fração
1 é o numerador
4 é o denominador

E se o João e a Carla tivessem dividido o chocolate em 5, 6, ... 12 partes iguais, como representarias a fração correspondente à porção de chocolate que caberia a cada um?
Como podes observar, todas as frações que escreveste têm numerador igual a 1.

FRAÇÃO PINTADA DA FIGURA	LEITURA	UNIDADE
$\frac{1}{2}$	Um meio	
$\frac{1}{3}$	Um terço	
$\frac{1}{4}$	Um quarto	
$\frac{1}{5}$	Um quinto	
$\frac{1}{6}$	Um sexto	
$\frac{1}{7}$	Um sétimo	
$\frac{1}{8}$	Um oitavo	
$\frac{1}{9}$	Um nono	
$\frac{1}{10}$	Um décimo	
$\frac{1}{11}$	Um onze avos	
$\frac{1}{12}$	Um doze avos	

A partir do denominador 11, a leitura de uma fração é sempre feita deste modo:

Lê-se o numerador e o denominador seguido da palavra avos.

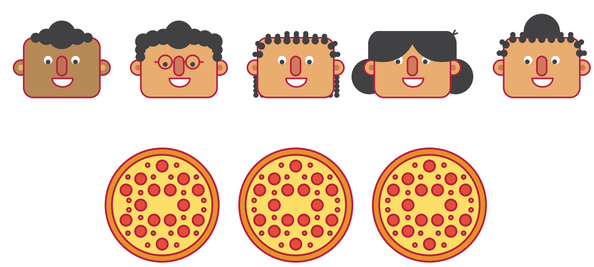
No caso do numerador ser 1 e o denominador ser 10, 100, 1000,... por exemplo, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, designamos por um décimo, um centésimo, um milésimo, respetivamente.

Mas as frações nem sempre têm numerador igual a um.

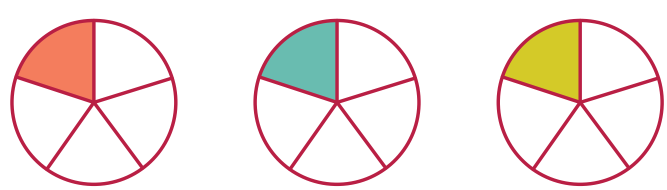
POR EXEMPLO:

Cinco amigos foram a uma pizzaria, resolveram pedir três pizzas e dividiram-nas, igualmente, entre eles. Que parte de pizza comeu cada um?

Encontra uma estratégia para chegar à solução.



Depois de resolveres o problema, compara a tua estratégia com uma das a seguir apresentadas:

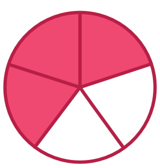


$\frac{1}{5} \quad + \quad \frac{1}{5} \quad + \quad \frac{1}{5}$

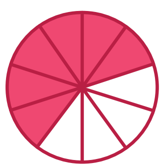
Dividiram cada uma das pizzas em cinco partes iguais e deram um quinto a cada um.

Chegaram à conclusão que cada um dos amigos comeu um quinto de uma pizza, mais um quinto de uma pizza, mais um quinto de uma pizza: $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$, isto é, três quintos de uma pizza.

Como dividiram três pizzas por cinco amigos, chegaram à conclusão que cada amigo comeu, ao todo, $\frac{3}{5}$ de uma pizza, que é o mesmo que seis décimas da pizza, ou seja, 3÷5=0,6



ou



——— 0,6

$$3 \div 5 = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

Consideremos outros quocientes, e a fração correspondente:

EXEMPLO

1. $3 \div 4 = \frac{3}{4}$
2. $12 \div 6 = \frac{12}{6}$

Observas que $\frac{3}{4}$ não representa um número inteiro, mas 12 ÷ 6 que é o mesmo que $\frac{12}{6}$ representa o número inteiro 2 pois 12 ÷ 6 = 2, isto é, $\frac{12}{6} = 2$.

Ao conjunto dos números que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros e $b \neq 0$, chamamos *conjunto dos números racionais.*

Os números racionais podem ser representados na forma fracionária ou na forma decimal e podem ser inteiros ou não inteiros.

Exemplos de números racionais:

$\frac{1}{2}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{9}{3}$; 2,75 ; 0,25 ; 4 ...

$3 = \frac{3}{1}$; $10 = \frac{20}{2}$; $5 = \frac{15}{3}$

Às frações, tais como $\frac{18}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{125}{1000}$, cujo denominador é uma potência de 10, (10, 100 ou 1000), chamamos *Frações Decimais.*

Repara que:

$\frac{18}{10} = 18 \div 10 = 1{,}8$ (dezoito décimas ou 1 unidade e 8 décimas)

$\frac{1}{100} = 1 \div 100 = 0{,}01$ (uma centésima ou 0 unidades e 1 centésima)

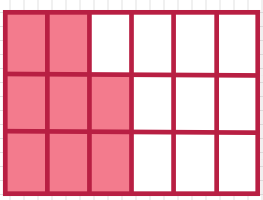
$\frac{125}{1000} = 125 \div 1000 = 0{,}125$ (125 milésimas ou 0 unidades e 125 milésimas)

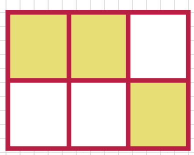
ATIVIDADES

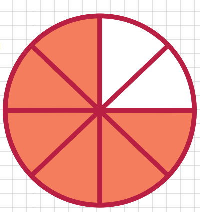
1. Cada figura a seguir representada está dividida em partes iguais.

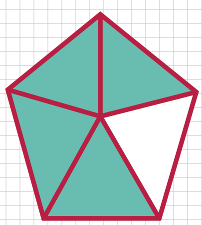
1.1. Escreve a fração que corresponde às regiões pintadas em cada figura.

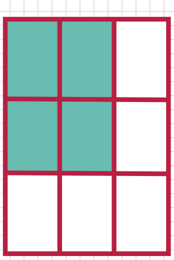
1.2. Escreve a fração que corresponde às regiões em branco.

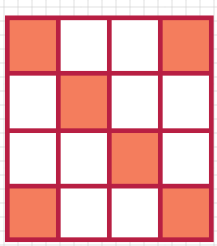
a)


e)


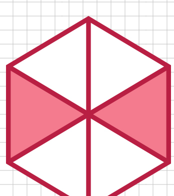
b)


f)


c)


g)


d)


h)


2. Determina:

2.1. A quinta parte de dez.

2.2. A metade de sete.

2.3. A quarta parte de doze.

3. Transforma os quocientes em frações e as frações em quocientes:

3.1. $1 \div 4$ 3.2. $7 \div 3$ 3.3. $5 \div 100$

3.4. $\frac{6}{2}$ 3.5. $\frac{9}{10}$ 3.6. $\frac{13}{25}$

4. Completa a tabela com o valor exato dos quocientes:

÷	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1			$\frac{1}{3}$		
2	2				
3				0,75	
4					
5	5				

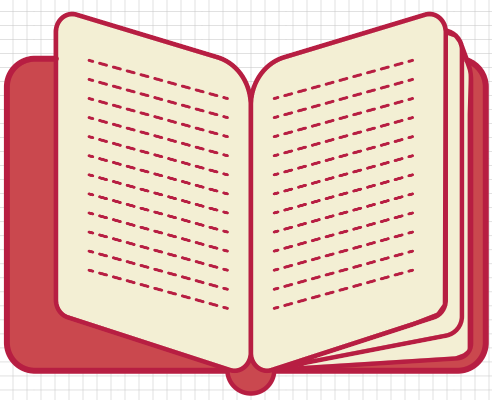
5. De entre as seguintes frações $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{13}{1000}$, $\frac{20}{4}$, $\frac{10}{13}$, $\frac{17}{17}$, indica as que representam:

5.1. Números inteiros; frações decimais.

5.2. Números racionais na forma fracionária.

5.3. Números racionais na forma decimal.

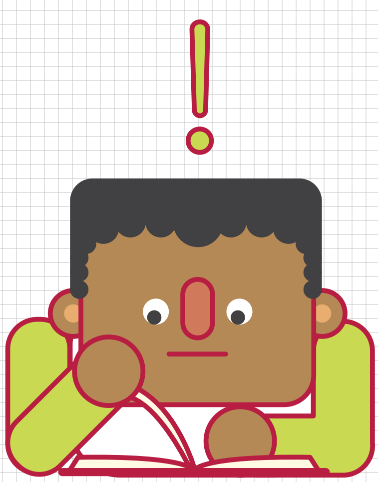
6. De um livro de história infantil, de 120 páginas, o João já leu 35 páginas.



Escreve a fração que corresponde ao:

6.1. Número de páginas que o João já leu.

6.2. Número de páginas que falta ler.



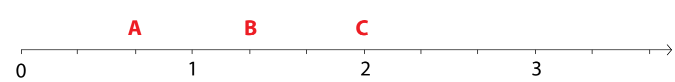
REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS NÃO NEGATIVOS NA RETA NUMÉRICA

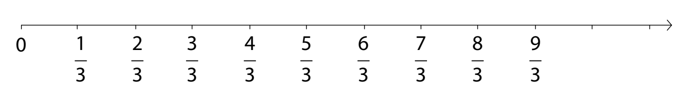
No 5º ano representaste os números inteiros numa reta numérica. Para isso, foi necessário escolher uma unidade de modo a facilitar a marcação de pontos que tinham esses números como abcissa.

Agora, pretendemos marcar não somente números inteiros, mas também números *racionais não inteiros.*

EXEMPLO

Observa a reta numérica e identifica o número que corresponde a cada um dos pontos A, B e C assinalados na reta:





Para identificares o número que corresponde a cada um dos pontos, repara que cada unidade na reta, neste caso, está dividida em três partes iguais.

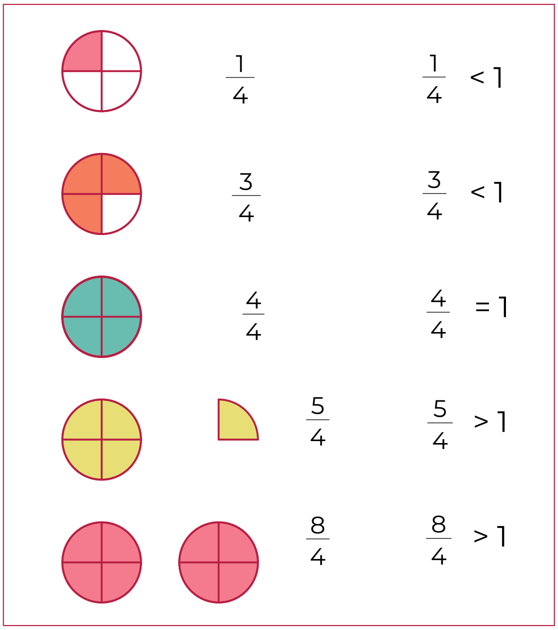
ENTÃO, ISTO PERMITE-NOS DIZER QUE:

A $\longrightarrow$ $\frac{2}{3}$

B $\longrightarrow$ $\frac{4}{3}$

C $\longrightarrow$ 2

FRAÇÕES QUE REPRESENTAM NÚMEROS MAIORES QUE 1, MENORES QUE 1 E FRAÇÕES QUE REPRESENTAM A UNIDADE



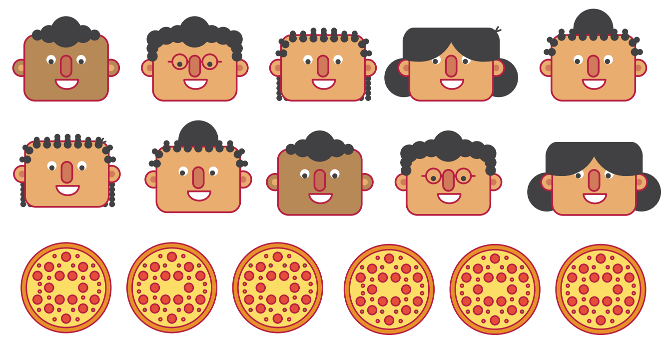
Observa o quadro acima.

Sabendo que cada círculo representa a unidade, podemos verificar que:

- $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ têm o numerador menor que o denominador. Representam números menores que 1.
- $\frac{5}{4}$ e $\frac{8}{4}$ têm o numerador maior que o denominador. Representam números maiores que 1.
- $\frac{4}{4}$ tem o numerador igual ao denominador. Representa a unidade.

FRAÇÕES EQUIVALENTES

Depois de algum tempo, os cinco amigos voltaram à pizaria e levaram consigo mais cinco amigos. Em vez de três pizzas pediram seis, dividindo-as igualmente entre si.



- Que parte de pizza coube a cada um? Cada amigo comeu mais ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.
- E em relação à primeira vez (quando foram apenas cinco amigos), comeram mais, menos ou a mesma quantidade de pizza?

De acordo com a estratégia utilizada para os cinco amigos, verificaste que, desta vez, cada um comeu $\frac{6}{10}$ de uma pizza.

- Tenta, agora, explicar qual a relação entre $\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{10}$.

Já sabes que:

$\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0{,}6$ assim como $\frac{6}{10} = 6 \div 10 = 0{,}6$

Dizemos, então, que as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{8}$ são *frações equivalentes.*

Frações equivalentes são aquelas que representam o mesmo número racional.

- Aplicando o mesmo raciocínio é possível encontrar mais frações equivalentes a estas frações?

- Como obter frações equivalentes a uma fração dada?

Nas figuras seguintes, estão representados três retângulos iguais, cada um com $\frac{3}{4}$ coloridos. Em cada um deles podes observar várias frações.

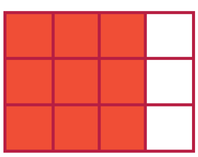


Figura 1

$$\frac{3}{4} = \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$$

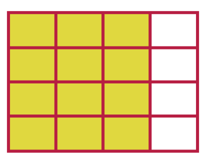


Figura 2

$$\frac{3}{4} = \frac{3\times4}{4\times4} = \frac{12}{16}$$

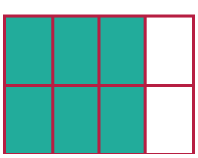


Figura 3

$$\frac{3}{4} = \frac{3\times2}{4\times2} = \frac{6}{8}$$

Observa, agora, a parte colorida em cada uma das figuras:

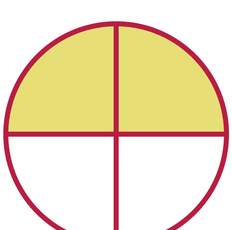


Figura A

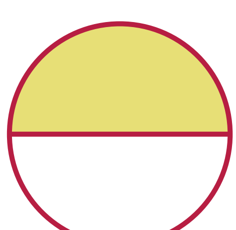


Figura B

As frações correspondentes a cada uma das figuras são:

$$\frac{2}{4} \text{ e } \frac{1}{2} \text{ onde } \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

Partindo de $\frac{2}{4}$, foi possível obter uma fração equivalente, $\frac{1}{2}$, em que os termos são menores, ou seja, mais simples.

Podemos concluir que:

Para obter frações equivalentes a uma fração dada, devemos *multiplicar ou dividir o numerador e o denominador* desta fração por um mesmo número inteiro diferente de zero.

Simplificar uma fração é obter outra equivalente, de termos menores, dividindo o numerador e o denominador pelo mesmo número inteiro diferente de zero

Ao dividirmos ambos os termos de uma fração pelo seu *máximo divisor comum* obtemos uma fração *irredutível*, isto é uma fração que não pode ser mais simplificada.

EXEMPLOS: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Dadas as frações $\frac{56}{7}$, $\frac{4}{20}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{28}{7}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{13}{1000}$, $\frac{20}{4}$, $\frac{10}{14}$, $\frac{15}{15}$ indica as que representam:

1.1. Números maiores que 1.

1.2. Números menores que 1.

1.3. A unidade.

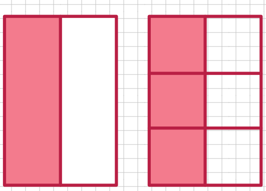
2. Copia e completa com os sinais > , < ou =, de modo a obteres afirmações verdadeiras:

2.1. $\frac{10}{6}$ ..... $\frac{5}{12}$ **2.2.** $\frac{13}{13}$ ..... 1 **2.3.** $\frac{1}{2}$ 0,2

2.4. $\frac{12}{6}$ ..... 1 **2.5.** $\frac{5}{7}$ ..... 1 **2.6.** $\frac{8}{8}$ ..... $\frac{5}{5}$

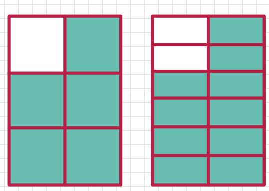
3. Completa de modo a obteres frações equivalentes:

3.1



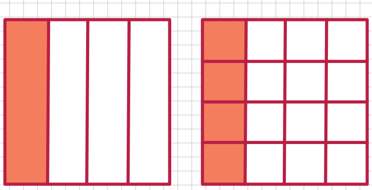
$\frac{1}{2} = \frac{....}{6}$

3.2



$\frac{....}{6} = \frac{10}{12}$

3.3



$\frac{1}{4} = \frac{....}{16}$

4. A fração $\frac{1}{3}$ é equivalente a $\frac{2}{6}$?

5. Completa:

5.1 $\frac{3}{12} = \frac{....}{4}$ **5.2** $\frac{2}{5} = \frac{....}{10} = \frac{....}{20} = \frac{16}{....} = \frac{....}{50}$

5.3 $\frac{15}{50} = \frac{3}{....}$ **5.4** $\frac{8}{16} = \frac{....}{2}$

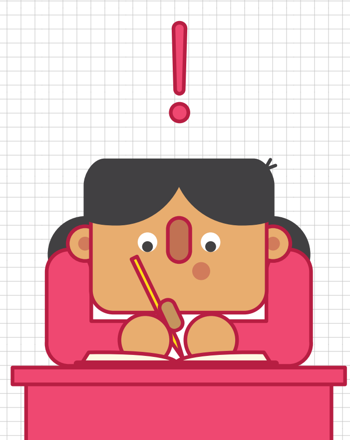
6. Escreve quatro frações equivalentes a $\frac{24}{36}$

7. Por meio de um desenho, mostra que $\frac{3}{6}$ e $\frac{6}{12}$ são frações equivalentes.

8. Simplifica as seguintes frações até encontrar frações irredutíveis:

8.1 $\frac{12}{36}$ **8.2** $\frac{14}{21}$ **8.3** $\frac{16}{56}$

8.4 $\frac{48}{20}$ **8.5** $\frac{15}{6}$ **8.6** $\frac{33}{44}$



COMPARAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Nos anos anteriores, aprendeste a comparar números racionais representados por numerais decimais.

EXEMPLO

Completa os espaços, utilizando um dos sinais > ou < :

3,7.... 3,47 12,04 .... 35,6 8,01 8,001

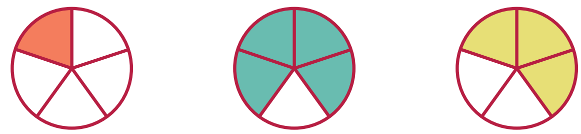
0,029 .... 0,04 35,2 .... 3,58 5,06 5,1

E se os números a comparar estiverem representados por frações, como devemos proceder?

POR EXEMPLO:

FRAÇÕES COM O MESMO DENOMINADOR

- Observa as figuras que representam discos divididos em cinco partes iguias e diz qual delas tem maior parte pintada.



A: $\frac{1}{5}$ B: $\frac{4}{5}$ C: $\frac{3}{5}$

- Ordena as frações representadas nessas figuras da maior para a menor.

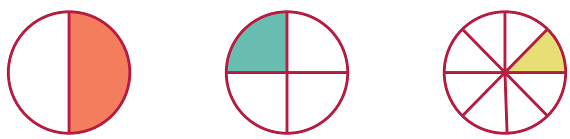
- Que conclusão podes tirar?

De acordo com a representação gráfica verificaste, certamente, que na figura B há o maior número de partes pintadas, depois C e finalmente A. Então:

Então: $\frac{4}{5} > \frac{3}{5} > \frac{1}{5}$

FRAÇÕES COM O MESMO NUMERADOR

• Faz o mesmo agora para as seguintes figuras:



A: $\frac{1}{2}$ B: $\frac{1}{4}$ C: $\frac{1}{8}$

Conclui-se que:

A figura A é a que tem maior área pintada, isto é:

$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$

Entre frações com o mesmo numerador, a que representa um número maior é aquela que tem *menor denominador.*

FRAÇÕES QUE NÃO TÊM NEM O MESMO NUMERADOR NEM O MESMO DENOMINADOR

$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$

Neste caso, podes escolher um dos dois processos:

1º Processo:

Já sabes que $\frac{1}{3} = 1 \div 3$ e que $\frac{3}{4} = 3 \div 4$

• Calculando os quocientes:

$\frac{1}{3} = 0{,}333...$ e $\frac{3}{4} = 0{,}75$

Comparando, verificas que $\frac{1}{3} < \frac{3}{4}$

2º Processo:

Substituir as frações dadas por outras equivalentes com o mesmo denominador, sendo este o *m.m.c.* entre os denominadores das frações dadas.

Então, começamos por calcular *m.m.c.* (3,4) = 12

De seguida, divide-se o valor do *m.m.c* obtido por cada um dos denominadores das frações dadas, de modo a saber por que valor se vai multiplicar os termos de cada uma das respetivas frações, de forma a obter frações equivalentes às frações dadas com o mesmo denominador, isto é:

Considerando as frações $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ e sabendo que m.m.c.(3,4)=12, efetua-se a seguinte divisão:

$12 \div 3 = 4$

$12 \div 4 = 3$

Depois multiplica-se:

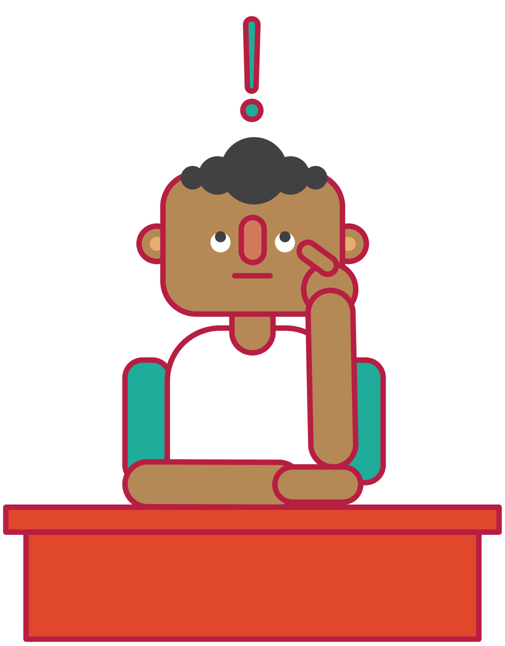
$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12} \text{ e } \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

Por último, comparam-se as frações obtidas, de acordo com a regra da comparação de frações com o mesmo denominador.

$\frac{4}{12}$ e $\frac{9}{12}$

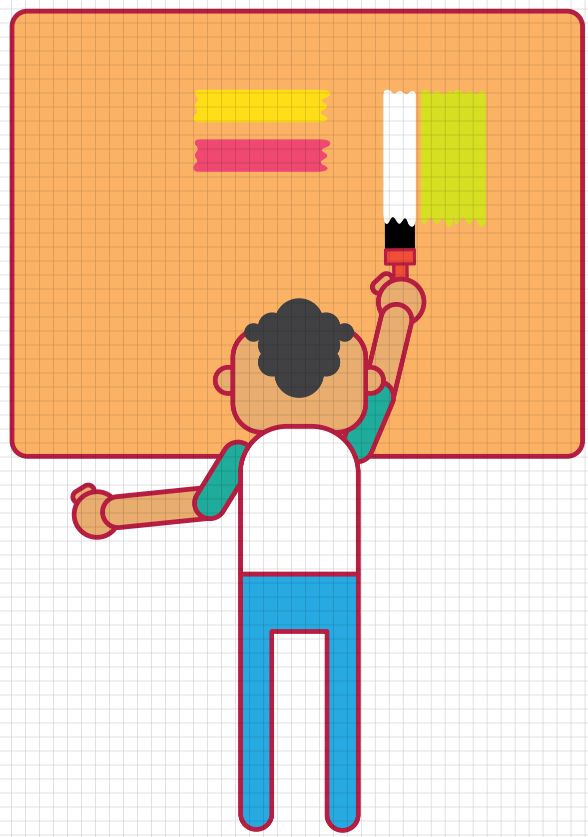
Podemos concluir que é menor a fração que tem menor numerador.

$$\frac{4}{12} < \frac{9}{12} \text{ logo } \frac{1}{3} < \frac{3}{4}$$



ATIVIDADES

1. Numa escola do Ensino Básico, para comemorar o dia da criança, cinco turmas do 5º ano têm a tarefa de pintar um painel. Para a realização desta tarefa, foi feito um sorteio e cada uma das turmas ficou de pintar uma parte do painel, do seguinte modo:



5º A $\longrightarrow \frac{1}{3}$ 5º B $\longrightarrow \frac{2}{8}$ 5º C $\longrightarrow \frac{1}{6}$

5º D $\longrightarrow \frac{4}{24}$ 5º E $\longrightarrow \frac{1}{12}$

1.1. Depois do sorteio, houve alunos que acharam que a distribuição não tinha sido justa. Concordas com eles?

1.2. Identifica as turmas que ficaram com maior área para pintar.

1.3. Quais as turmas que ficaram com a mesma área para pintar?

1.4. Quanto é que o 5º D teve a mais do que o 5º E?

2. Completa com um dos sinais < ou >

2.1 $\frac{1}{6}$ .... $\frac{5}{6}$

2.2 $\frac{4}{3}$ .... $\frac{4}{7}$

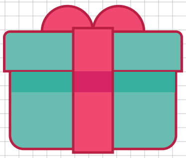
2.3 $\frac{3}{8}$ .... $\frac{2}{5}$

2.4 $\frac{13}{6}$ .... $\frac{7}{2}$

3. Escreve por ordem crescente:

$\frac{3}{4}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$

4. A Paula e o Carlos tinham a mesma quantia em dinheiro para comprar prendas, no Natal. A Paula gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro numa prenda para a sua mãe e o Carlos gastou $\frac{1}{3}$ do seu dinheiro também numa prenda para a sua mãe. Qual dos dois gastou mais dinheiro?



VALORES APROXIMADOS DE UM NÚMERO RACIONAL NÃO NEGATIVO

Na matemática, utilizam-se, muitas vezes, valores aproximados para determinados números, como por exemplo no cálculo da área do círculo em que tivemos a necessidade de utilizar o valor aproximado de π (π =3,1415926536...) e também quando transformamos um número fracionário num número decimal.

Por exemplo, a partir dos quocientes:

$\frac{1}{3}$ = 0,333... e $\frac{3}{4}$ = 0,75 , podemos dizer que:

Os números decimais são também designados por dízimas.

0,333... e 0,75 são dízimas.

As dizímas podem ser:

- finitas, quando podemos indicar qual é a última casa decimal.

Exemplos: 0,75; 4,1325; 0,0157

- infinitas quando não podemos indicar a última casa decimal (pois há sempre outra depois dela).

Nesse caso usamos ... (reticências) para indicar a continuação da sequência das casas decimais.

EXEMPLOS:

π = 3,1415926536...

$\frac{1}{3}$ = 0,333333...

As dizímas infinitas podem ter sequências de casas decimais que se repetem. Nesse caso dizem-se *periódicas* e as casas decimais que se repetem chamam-se o *período da dizíma infinita*. No caso de não terem sequências de casas decimais que se repetem dizem-se *não periódicas*.

EXEMPLOS:

π = 3,1415926536 ... não periódica

$\frac{1}{3}$ = 0,333333 ... periódica

O período representa-se entre parênteses

$\frac{1}{3}$ = 0,(3)

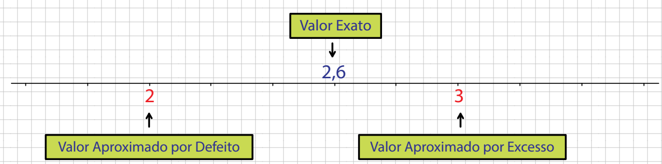
ATIVIDADE

Transforma em dízimas os seguintes números racionais:

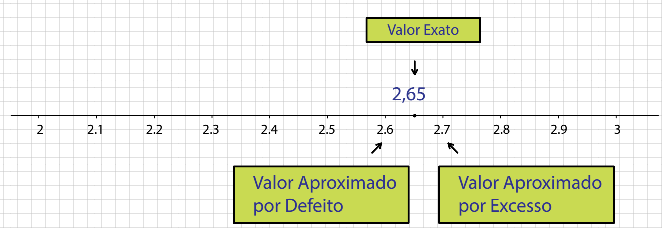
$\frac{3}{4}$ e $\frac{8}{7}$

Nas figuras abaixo representam-se na reta numérica números exactos e os seus valores aproximados:

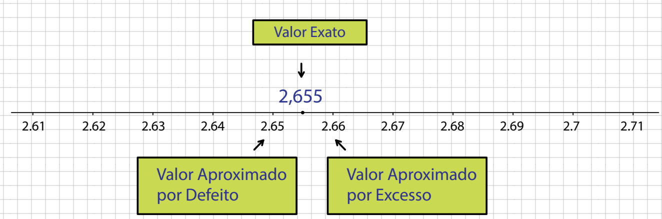
I – Valores aproximados às unidades



II - Valores aproximados às décimas



III – Valores aproximados às centésimas



EXEMPLO

Considera a fração: $\frac{4}{3}$, transforma-a numa dízima, determina os valores aproximados por defeito e por excessso, às unidades, às décimas e às centésimas desse número.

Resolução

$\frac{4}{3}$ = 1,333 ... = 1,(3)

Valores aproximados às unidades

- 1 é o valor aproximado por defeito. Porquê?
- 2 é o valor aproximado por excesso

Valores aproximados às décimas

- 1,3 é o valor aproximado por defeito
- 1,4 é o valor aproximado por excesso

Valores aproximados às centésimas

- 1,33 é o valor aproximado por defeito
- 1,34 é o valor aproximado por excesso

ATIVIDADE

1. Determina um valor aproximado por defeito e um valor aproximado por excesso às décimas e às centésimas dos seguintes números racionais:

1.1 $\frac{5}{4}$ 1.2 $\frac{24}{9}$ 1.3 $\frac{1}{11}$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

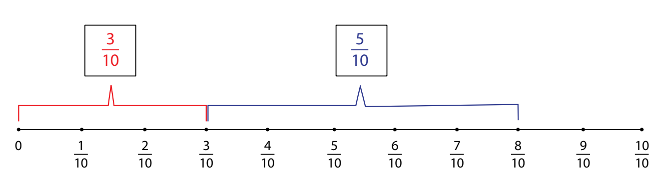
A Vera e a Cristina são duas amigas que no final da semana costumam lanchar juntas. Para o lanche resolveram fazer uma pizza e dividiram-na em oito partes iguais.

A Vera comeu $\frac{3}{8}$ da pizza e a Cristina comeu $\frac{2}{8}$.

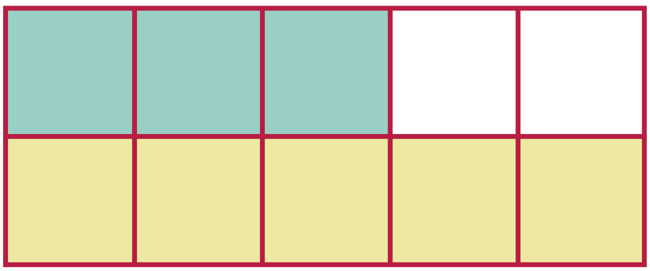
Que porção de pizza comeram ao todo as duas amigas?

Observando a figura, facilmente concluis que comeram, no total, $\frac{5}{8}$ ou seja $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

Outros exemplos:



$\frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{8}{10}$



$\frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{8}{10}$ A soma de três décimas com cinco décimas é oito décimas

Observando as figuras, podemos também indicar a porção não colorida, utilizando, agora, a operação da subtração, isto é:

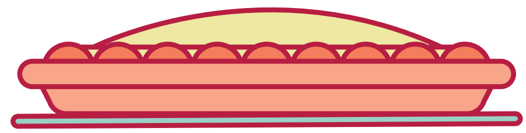
$\frac{10}{10} - \frac{8}{10} = \frac{2}{10}$ A diferença entre dez décimas e oito décimas é duas décimas

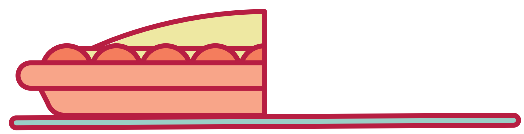
Como podes reparar, quer na adição, quer na subtração, as frações consideradas têm o mesmo denominador.

Para adicionar frações com o mesmo denominador, adicionam-se os numeradores e *dá-se o mesmo denominador.*

Para subtrair frações com o mesmo denominador, subtraem-se os numeradores e *dá-se o mesmo denominador.*

O João comeu metade de uma tarte para o pequeno-almoço e um sexto no lanche. Que porção de tarte comeu ao todo?





Repara: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ representa uma adição de frações com denominadores diferentes.

Para calcular o valor desta adição, temos que substituir as frações dadas por outras equivalentes com o mesmo denominador, aplicando a regra estudada na comparação de frações com numeradores e denominadores diferentes e, só depois, adicionar os numeradores, mantendo os denominadores.

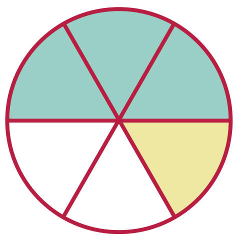
Processo de cálculo:

1º Calcular o m.m.c. dos denominadores das frações indicadas.
m.m.c (2 , 6) = 6

2º Escrever frações equivalentes às frações dadas, com denominador 6.

3º Adicionar as frações aplicando a regra da adição de frações com o mesmo denominador.

$$\underset{(\times 3)}{\frac{1}{2}} + \underset{(\times 1)}{\frac{1}{6}} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$



Este resultado pode ser confirmado pela observação da figura acima, ou seja, a porção total de tarte que o João comeu.

Para subtrair números representados por frações com denominadores diferentes, podes proceder do mesmo modo.

Para adicionar frações com denominadores diferentes transformam-se as frações em frações equivalentes com o mesmo denominador e, em seguida adicionam-se os numeradores e dá-se *o mesmo denominador*.

Para subtrair frações com denominadores diferentes transformam-se as frações em frações equivalentes com o mesmo denominador e, em seguida subtraem-se os numeradores e dá-se o *mesmo denominador*.

EXEMPLO

De uma garrafa de $\frac{1}{2}$ l de água, o Luís bebeu $\frac{1}{4}$ l. Que quantidade de água sobrou?

Processo de cálculo:

1º Calcular o m.m.c. dos denominadores das frações indicadas.

m.m.c (2 , 4) = 4

2º Escrever frações equivalentes às frações dadas, com denominador 4.

3º Subtrairr as frações aplicando a regra da subtração de frações com o mesmo denominador.

$$\underset{(\times 2)}{\frac{1}{2}} - \underset{(\times 1)}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Sobrou $\frac{1}{4}$ l de água.

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Calcula o valor numérico de:

1.1. $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$ **1.2.** $4+\frac{1}{3}$ **1.3.** $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$

1.4. $\frac{6}{7}-\frac{2}{7}$ **1.5.** $5-\frac{4}{3}$ **1.6.** $\frac{5}{6}-\frac{3}{8}$

1.7. $\frac{1}{3}+0{,}2$ **1.8.** $1{,}5-\frac{1}{2}$

2. Completa:

2.1. $\frac{5}{10}+\frac{27}{100}=\frac{....}{100}+\frac{27}{100}=\frac{....}{....}$

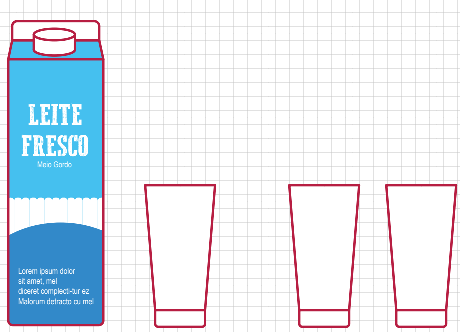
2.2. $\frac{5}{10}-\frac{27}{100}=\frac{....}{100}-\frac{27}{100}=\frac{....}{....}$

3. Calcula e simplifica:

3.1. $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$ **3.2.** $\frac{7}{5}+\frac{1}{10}$ **3.3.** $\frac{1}{10}+\frac{3}{5}$

3.4. $\frac{1}{3}-\frac{1}{9}$ **3.5.** $\frac{5}{2}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$ **3.6.** $3-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$

4. De um pacote de 1 l de leite, o Carlos bebe $\frac{1}{3}$ de manhã, $\frac{5}{12}$ à tarde e o restante à noite.



4.1. Escreve as expressões numéricas que traduzem a porção de leite consumida:

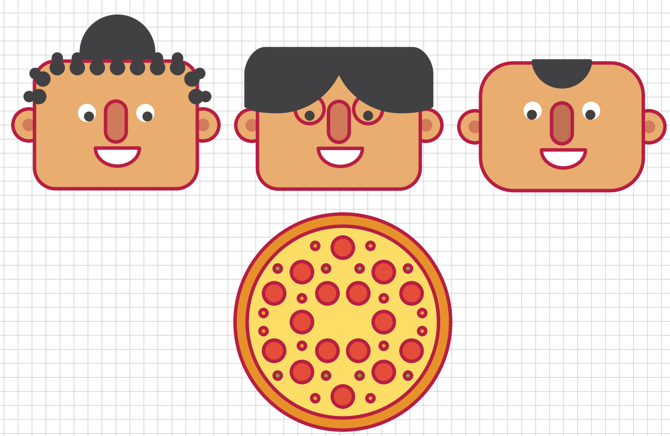
De manhã e à tarde...

À noite...

De manhã e à noite...

4.2. Calcula a porção de leite consumida durante o dia.

5. A mãe da Maria fez uma pizza para o lanche, da qual a Cristina comeu $\frac{2}{15}$, o Paulo $\frac{1}{5}$ e o Francisco $\frac{1}{15}$.



5.1. Escreve o que representa cada uma das expressões:

$\frac{2}{15}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$

$1-\left(\frac{2}{15}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}\right)$

5.2. Calcula a porção de pizza que sobrou.

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

No 5º ano, estudaste as propriedades da adição de números inteiros e decimais.

Propriedade comutativa

Exemplo

$3 + 0,4 = 0,4 + 3$

Propriedade associativa

Exemplo

$2,75 + (0,8 + 3) = (2,75 + 0,8) + 3$

Existência do elemento neutro

Exemplo

$0 + 1,48 = 1,48 + 0 = 1,48$

Agora vais verificar se essas propriedades se mantêm para a adição de números racionais, começando por preencher a tabela seguinte:

+	0	$\frac{1}{4}$	0,3	$\frac{2}{5}$	$\frac{12}{10}$
0					
$\frac{1}{4}$					
0,3					
$\frac{2}{5}$					
$\frac{12}{10}$					

Com os dados da tabela, completa o quadro:

$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = ...$

$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = ...$

$\rightarrow \boxed{\frac{1}{4} + \frac{2}{5} \; .... \; \frac{2}{5} + \frac{1}{4}}$

$\frac{1}{4} + 0 = ...$

$0 + \frac{1}{4} = ...$

$\rightarrow \boxed{\frac{1}{4} + 0 \; .... \; 0 + \frac{1}{4}}$

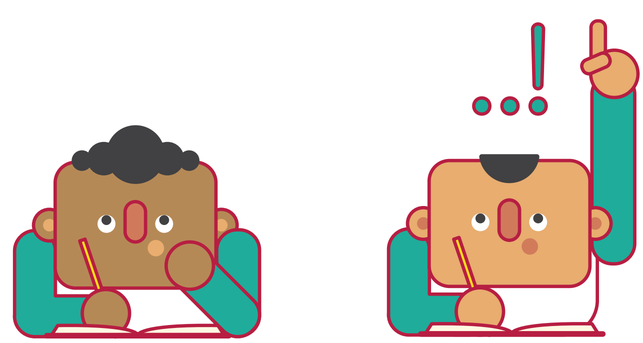
Podes concluir que sendo *a* e *b* números racionais quaisquer:

A Adição de números racionais *é comutativa*, isto é:

$\boldsymbol{a + b = b + a}$

Zero é o elemento neutro

$\boldsymbol{a + 0 = 0 + a = a}$



Sempre que possível, utiliza a tabela anterior para completares o quadro seguinte:

<table>
<tr><td>$\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\right)+0,3=$
.... + 0,3 = ...</td><td>$\frac{1}{4}+\left(\frac{2}{5}+0,3\right)=$
$\frac{1}{4}$ + ... = ...</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\right)+0,3$ .... $\frac{1}{4}+\left(\frac{2}{5}+0,3\right)$</td></tr>
<tr><td>$\left(\frac{2}{5}+\frac{12}{10}\right)+\frac{1}{4}=$
.... + $\frac{1}{4}$ = ...</td><td>$\frac{2}{5}+\left(\frac{12}{10}+\frac{1}{4}\right)=$
$\frac{2}{5}$ + ... = ...</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\left(\frac{2}{5}+\frac{12}{10}\right)+\frac{1}{4}$ .... $\frac{2}{5}+\left(\frac{12}{10}+\frac{1}{4}\right)$</td></tr>
</table>

Sendo ***a*, *b*** e ***c*** números racionais quaisquer

- A Adição de números racionais é associativa, isto é:

$(a+b)+c=a+(b+c)$

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Indica as propriedades da adição aplicadas em:

1.1. $1,5+3,7=3,7+1,5$ ....

1.2. $\frac{1}{3}+0=0+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ ....

1.3. $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\right)$ ....

2. Calcula o valor das expressões, utilizando, sempre que possível, as propriedades da adição de números racionais:

2.1. $\frac{1}{4}+\left(0+\frac{1}{3}\right)$

2.2. $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+0,4+\frac{3}{4}$

2.3. $\frac{4}{5}+\frac{9}{4}+\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{5}\right)$

2.4. $\frac{7}{3}-\frac{4}{6}+\frac{7}{3}+10$

3. Determina um valor aproximado, por defeito e um valor aproximado por excesso, às centésimas de:

3.1. $\frac{4}{3}+\frac{1}{2}$

3.2 $\frac{4}{3}-\frac{1}{6}$

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS: SUAS PROPRIEDADES

Recordando o que estudaste relativamente às operações de números racionais, calcula os produtos seguintes, transformando as frações em dízimas:

$\frac{1}{2} \times 5 =$ $\quad\quad$ $\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} =$

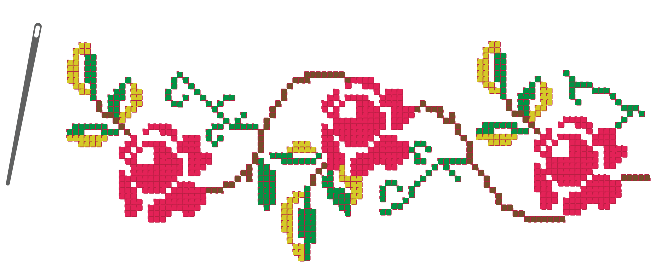
Agora, vais aprender um outro processo para multiplicar números racionais, quando os fatores aparecem na forma de fração.

Assim:

- $\frac{1}{2} \times 5 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{1} = \frac{5}{2}$

- $\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$

A multiplicação de números racionais é uma operação que envolve números inteiros, números decimais e frações.



ATIVIDADES

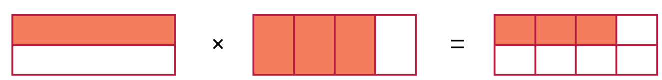
1. O Pedro e a Maria resolveram bordar uma toalha para uma exposição na escola.

Nas férias do 2º trimestre, bordaram $\frac{3}{4}$ da toalha, tendo cada um bordado metade.

Que parte do total da toalha bordou a Maria, nas férias?

Para resolver este exercício, precisamos de calcular $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$, ou seja, $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$

Esquematicamente tem-se que:



Então,

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

A fração representa o produto de $\frac{1}{2}$ por $\frac{3}{4}$.

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$

O produto de duas frações é uma fração cujo numerador é o produto dos numeradores das frações fatores e o denominador é o produto dos denominadores das frações fatores.

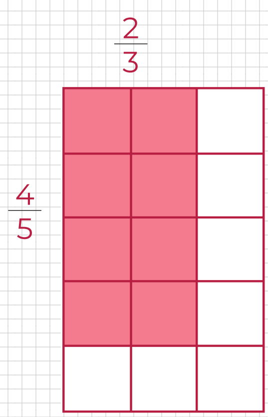
ATIVIDADES

1. Calcula:

1.1 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ **1.2** $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7}$ **1.3** $\frac{10}{40} \times \frac{31}{50}$

1.4 $\frac{1}{3} \times 24$ **1.5** $\frac{1}{5} \times 18$ **1.6** $\frac{1}{4} \times 0{,}6$

2. Representa, sob a forma de um produto, a área colorida da figura.



PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

As propriedades da multiplicação de números racionais são as mesmas que estudaste no 5.º ano para números inteiros e decimais.

PROPRIEDADE COMUTATIVA

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

Na multiplicação de números racionais podes trocar a ordem dos fatores, que o resultado (produto) não se altera – *propriedade comutativa.*

PROPRIEDADE ASSOCIATIVA

$$\frac{1}{2} \times \left(0{,}2 \times \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{2} \times 0{,}2\right) \times \frac{1}{4} = \frac{1}{40}$$

Numa multiplicação de três ou mais fatores, podemos associar os fatores de formas diferentes. O resultado não se altera, logo a *multiplicação é associativa.*

EXISTÊNCIA DE ELEMENTO NEUTRO

$$\frac{1}{8} \times \mathbf{1} = \mathbf{1} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

O produto de um número racional diferente de zero por *um (1)* é o próprio número. Dizemos que o número 1 *é o elemento neutro da multiplicação de números racionais.*

EXISTÊNCIA DO ELEMENTO ABSORVENTE

$\frac{3}{8} \times 0 = 0 \times \frac{3}{8} = 0$

O produto de qualquer número racional por *zero é zero.*

Dizemos que *zero é elemento absorvente da multiplicação de números racionais.*

PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA

Calcula o valor de cada uma das expressões e compara os resultados:

- $2 \times \left(1{,}5 + \frac{1}{4}\right)$
- $2 \times 1{,}5 + 2 \times \frac{1}{4}$

Experimenta efetuar os cálculos com outros números racionais à tua escolha.

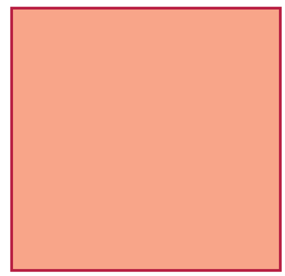
Deves ter verificado que quando multiplicas um número racional por uma soma, multiplicaste esse número pelas parcelas da soma e adicionaste depois.

Do mesmo modo, quando multiplicas um número racional por uma diferença, podes multiplicar esse número pelo aditivo e pelo subtrativo e subtrair depois os resultados.

A multiplicação de números racionais é distributiva em relação à adição e à subtração.

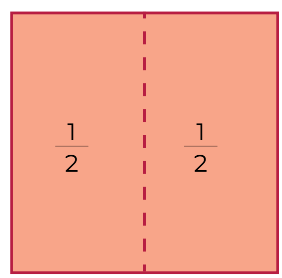
INVERSO MULTIPLICATIVO DE UM NÚMERO

Observa o quadrado da figura e considera-o como unidade.



Responde às seguintes questões:

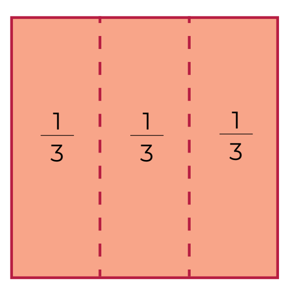
- De quantos meios precisas para obter a unidade?



Precisas de dois meios.

Então, $2 \times \frac{1}{2} = 1$

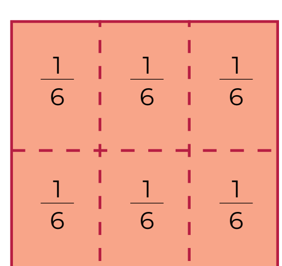
- De quantos terços precisas para obter a unidade?



Precisas de três terços.

Então, $3 \times \frac{1}{3} = 1$

- De quantos sextos precisas para obter a unidade?



Precisas de seis sextos.

Então, $6 \times \frac{1}{6} = 1$

Como sabes $2 \times \frac{1}{2} = 1$ é o mesmo que $\frac{2}{1} \times \frac{1}{2} = 1$

$3 \times \frac{1}{3} = 1$ é o mesmo que $\frac{3}{1} \times \frac{1}{3} = 1$

$6 \times \frac{1}{6} = 1$ é o mesmo que $\frac{6}{1} \times \frac{1}{6} = 1$

Dois números racionais cujo produto é um (1) dizem-se inversos multiplicativos um do outro.

EXEMPLOS:

2 e $\frac{1}{2}$ são inversos multiplicativos um do outro.

2 é o inverso multiplicativo de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ é o inverso multiplicativo de 2

$\frac{3}{7}$ e $\frac{7}{3}$ são inversos multiplicativos um do outro. Justifica.

Será $\frac{2}{5}$ o inverso multiplicativo de $\frac{5}{4}$?

Todos os números racionais diferentes de zero têm inverso multiplicativo.
O inverso multiplicativo de $\frac{a}{b}$, em que $b \neq 0$, é $\frac{b}{a}$

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Indica o inverso multiplicativo dos números:
1; $\frac{9}{11}$; $\frac{3}{4}$; 10

2. Dos pares de números a seguir indicados, assinala os que são inversos multiplicativos um do outro:

$\frac{7}{6}$ e $\frac{6}{7}$ $\quad$ $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{1}$ $\quad$ 25 e $\frac{1}{25}$ $\quad$ $\frac{4}{9}$ e 0,5

3. Completa os espaços de modo a obteres afirmações verdadeiras:

3.1 $\frac{9}{4} \times .... = 1$ $\quad$ **3.2** $8 \times .... = 1$

3.3 $0{,}3 \times .... = 1$ $\quad$ **3.4** $\frac{21}{100} \times .... = 1$

4. Identifica a propriedade da multiplicação de números racionais que te permite obter cada uma das seguintes igualdades:

4.1. $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) \times 0{,}3 = \frac{1}{2} \times \left(0{,}25 \times \frac{3}{10}\right)$

4.2. $\frac{3}{4} \times 1 = 1 \times 0{,}75 = 0{,}75$

4.3. $3 \times \frac{5}{4} - 3 \times \frac{1}{4} = 3 \times \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4}\right)$

4.4. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$

4.5. $\left(5 \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{4} = 0{,}25 \times \left(5 \times \frac{3}{2}\right)$

4.6. $0 \times 1{,}25 = \frac{5}{4} \times 0 = 0$

5. Considera o seguinte exemplo:

$$\frac{1}{7} \times 1{,}75 + \frac{1}{7} \times 0{,}25 = \frac{1}{7} \times (1{,}75 + 0{,}25)$$
$$= \frac{1}{7} \times 2$$
$$= \frac{2}{7}$$

Foi posto em evidência o fator comum que, neste caso, é $\frac{1}{7}$.

Calcula do mesmo modo, o valor das seguintes expressões:

5.1. $0{,}2 \times 4 + 0{,}2 \times \frac{5}{7}$

5.2. $\frac{5}{3} \times 1{,}25 - \frac{5}{3} \times 0{,}25$

5.3. $9 \times \frac{1}{2} + 9 \times \frac{1}{3}$

5.4. $0{,}1 \times \frac{1}{5} + \frac{9}{5} \times 0{,}1$

6. Classifica as expressões seguintes em verdadeiras e falsas:

6.1. $13 + 0{,}2 \times 10 = 25$

6.2. $\frac{7}{2} \times \left(\frac{11}{2} + 0\right) = \frac{7}{2} \times \frac{11}{2}$

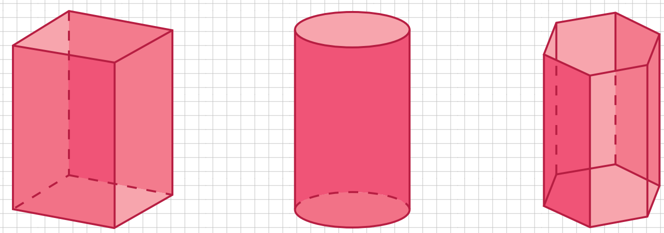
6.3. $15 \times \left(2 - \frac{1}{3}\right) = 30 - 5$

6.4. $\frac{1}{5} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{9}$

6.5. $0{,}3 \times 12 + 0{,}3 \times 3 = 0{,}3 \times 15$

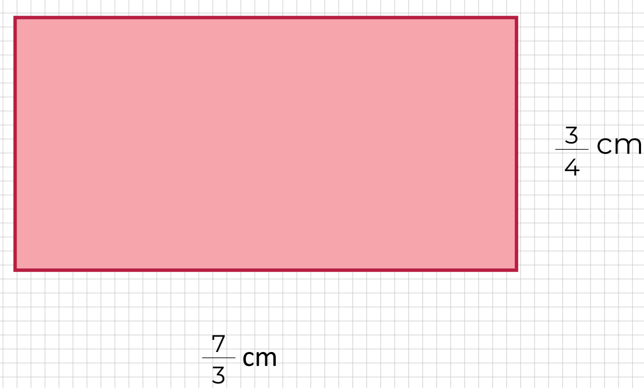
7. Três depósitos de água levam cada um 4440 litros. Um está com $\frac{3}{4}$ da capacidade, outro com $\frac{2}{3}$ e outro com metade.

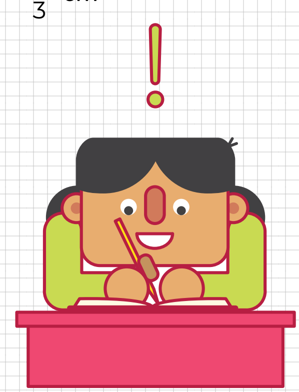
Calcula a quantidade de água (em litros) que há em cada um dos depósitos.



A B C

8. Determina a área do retângulo representado em baixo e apresenta o resultado com aproximação às centésimas por defeito e por excesso.

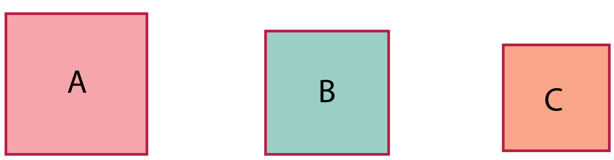




POTÊNCIA DE NÚMEROS RACIONAIS

Observa os quadrados A, B e C.

Escreve a medida das áreas de cada quadrado, utilizando uma potência.



3 cm   2,5 cm $\frac{9}{4}$ cm

Medida da área do quadrado A → $3 \times 3 = 3^2$

Medida da área do quadrado B → $2{,}5 \times 2{,}5 = (2{,}5)^2$

Medida da área do quadrado C → $\frac{9}{4} \times \frac{9}{4} = \left(\frac{9}{4}\right)^2$

Recorda:

Um produto de fatores iguais chama-se *potência*.

$$\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \text{ em que}$$

$\frac{2}{7}$ é a base da potência (fator que se repete);
3 é o expoente da potência (número de vezes que o fator se repete).

EXEMPLOS

- $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{81}{625}$

$\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{81}{625}$

- $(0{,}3)^2 = 0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}027$
- $\frac{3}{11^2} = \frac{3}{11 \times 11} = \frac{3}{121}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$
- $(0{,}2)^2 \times (0{,}3)^2 = (0{,}2 \times 0{,}2) \times (0{,}3 \times 0{,}3) =$

$= (0{,}2 \times 0{,}3) \times (0{,}2 \times 0{,}3) = 0{,}06 \times 0{,}06$

$= (0{,}06)^2 = 0{,}0036$

Os dois últimos exemplos permitem-nos concluir que:

O produto de potências com a mesma base, é uma potência com a mesma base, que os fatores e expoente igual à soma dos expoentes dos fatores.

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

O produto de potências com o mesmo expoente, é uma potência com o mesmo expoente que os fatores, sendo a base igual ao produto das bases dos fatores.

$a^n \times b^n = (a \times b)^n$ em que a e b são números racionais não negativos, sendo n e m números naturais.

ATIVIDADES

1. Calcula o valor de cada uma das potências seguintes:

1.1 $\left(\frac{1}{3}\right)^5$

1.2 $(1,2)^3$

1.3 $\frac{5}{6}^{2}$

2. Indica se é verdadeiro ou falso:

2.1 $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{10}$

2.2 $\frac{2^2}{3} > \left(\frac{2}{3}\right)^2$

2.3 $\left(\frac{4}{7}\right)^2 < \frac{16}{7^2}$

3. Completa os espaços sem efetuar cálculos:

3.1 $\left(\frac{4}{3}\right)^3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{....}{....}\right)^{....}$

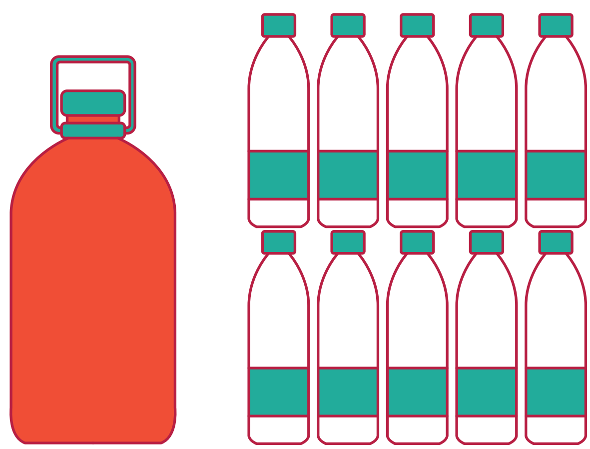
3.2 $(0{,}15)^4 \times (0{,}1)^4 = ...$

3.3 $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \left(\frac{....}{....}\right)^{....}$

DIVISÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

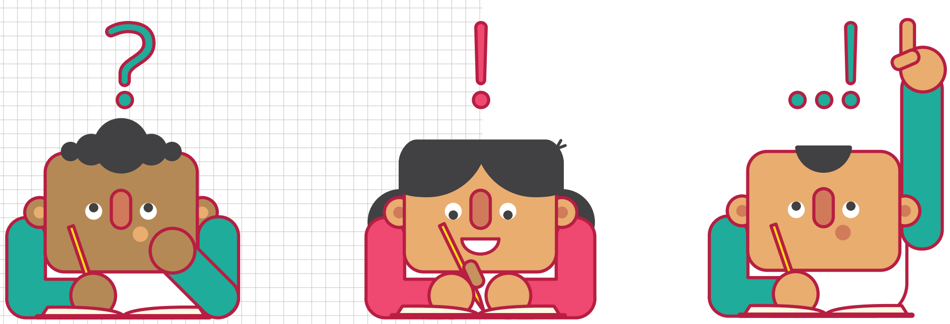
DIVISÃO DE UM NÚMERO NATURAL POR UMA FRAÇÃO

O Carlos tem um garrafão de cinco litros de sumo de fruta e pretende distribuí-lo em garrafas de meio litro. Quantas garrafas são necessárias?



$5 \div \frac{1}{2}$ é o mesmo que $5 \times 2 = 10$

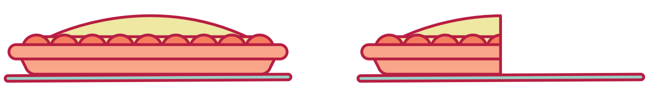
São necessárias 10 garrafas.

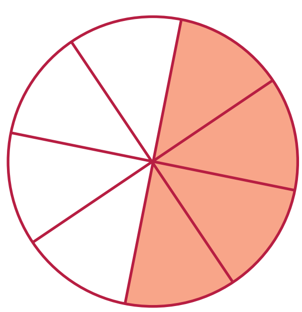


DIVISÃO DE UMA FRAÇÃO POR UM NÚMERO NATURAL

A mãe do Carlos fez uma tarte. No lanche, comeram metade da tarte e a outra metade foi distribuída por quatro amigos do Carlos.

Que porção da tarte cada um dos amigos do Carlos comeu?





$\frac{1}{2} \div 4$ é o mesmo que $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

Cada um comeu $\frac{1}{8}$

DIVISÃO DE DUAS FRAÇÕES

Se o Carlos dividir agora uma das garrafas de $\frac{1}{2}$ litro de sumo em copos de $\frac{1}{4}$ litro, quantos copos seriam necessários?

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ é o mesmo que $\frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2} = 2$

Seriam necessários dois copos.

Para dividir dois números racionais, sendo o divisor diferente de zero, multiplica-se o dividendo pelo inverso do divisor.

Assim como fizemos para a multiplicação de potências de mesma base de números racionais não negativos, podemos também efetuar a divisão.

EXEMPLOS

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) =$$

$$\left(\frac{8}{27}\right) \div \left(\frac{4}{9}\right) = \left(\frac{8}{27} \times \frac{9}{4}\right) = \frac{72}{108} = \frac{2}{3}$$

Simplificando a fração, isto é, dividindo ambos os termos por 36 obtem-se $\frac{2}{3}$.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}\right) \div \left(\frac{3}{10} \times \frac{3}{10}\right) =$$

$$\frac{1}{25} \div \frac{9}{100} = \left(\frac{1}{25} \times \frac{100}{9}\right) = \frac{100}{225} = \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

Repara que $\frac{1}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{1}{5} \times \frac{10}{3} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

A partir destes exemplos, podemos concluir que:

O quociente de potências com a mesma base, é uma potência com a mesma base que o dividento e o divisor, e expoente igual à diferença dos expoentes do dividendo e do divisor.

$a^n \div a^m = a^{n-m}$

O quociente de potências com o mesmo expoente é uma potência com o mesmo expoente que o dividendo e o divisor, sendo a base igual ao quociente das bases do dividendo e do divisor.

$a^n \div b^n = (a \div b)^n$ em que a e b são números racionais não negativos, com $b \neq 0$, sendo $n \geq m$ números inteiros.

Calcula o valor de: $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^3$, aplicando as regras anteriores. Que concluis?

Qualquer potência de expoente nulo e base diferente de zero é igual à unidade (1).

ATIVIDADES

1. Completa:

1.1 $5 \div \frac{3}{7} = ...$ **1.2** $\frac{1}{3} \div 4 = ...$ **1.3** $\frac{2}{5} \div \frac{7}{5} = ...$

2. Calcula:

2.1 $1{,}35 \div 0{,}75$ **2.2** $\frac{5}{3} \div 0{,}2$ **2.3** $\frac{27}{10} \div 0{,}9$

3. Na festa de aniversário da Sofia, vai ser servido sumo de fruta.

A Sofia calcula que cada pessoa vai beber, em média, $\frac{2}{5}$ de um litro de sumo e, portanto, comprou 20 litros. Quantas pessoas espera a Sofia ter na festa?

(A) 8 **(B)** 50 **(C)** 40 **(D)** 100

4. Completa:

4.1 $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \div \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{....}{....}\right)^{....}$

4.2 $(0{,}2)^4 \div (0{,}1)^4 = ...$

4.3 $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \div \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \left(\frac{....}{....}\right)^{....}$

4.4 $\left(\frac{1}{5}\right)^0 = ...$

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

No 5º Ano, aprendeste a calcular o valor de uma expressão numérica, envolvendo as operações estudadas, com números racionais (inteiros e decimais).

Agora que já sabes operar com números racionais, irás resolver expressões numéricas onde poderás utilizar esses números e as regras aplicadas anteriormente.

EXEMPLO

Calcula o valor da seguinte expressão:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \div \left(1 - 0{,}2 \times \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

Resolução:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \div \left(1 - 0{,}2 \times \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \div \left(1 - \frac{2}{10} \times \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \div \left(1 - \frac{2}{20}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \div \left(\underset{(\times 20)}{1} - \frac{2}{20}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \div \left(\frac{20}{20} - \frac{2}{20}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \div \frac{18}{20} - \frac{1}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{20}{18} - \frac{1}{9}$$

$$= \underset{(\times 9)}{\frac{1}{6}} + \frac{20}{54} - \underset{(\times 6)}{\frac{1}{9}} =$$

$$= \frac{9}{54} + \frac{20}{54} - \frac{6}{54} = \frac{23}{54}$$

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Calcula o valor numérico de cada uma das expressões seguintes:

1.1 $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2}\right) \div \frac{1}{4}$

1.2 $\frac{1}{15} + \frac{6}{5} \div \frac{3}{5}$

1.3 $\frac{1}{3} \div \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$

1.4 $2^2 + \frac{3}{4} \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2$

1.5 $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) \div (0{,}2)^2 - \frac{5}{4}$

1.6 $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{2} \div 1^{10}$

1.7 $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \div \frac{1}{3} + \left(1 - \frac{1^2}{3}\right)^2$

1.8 $\dfrac{\left(\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(\frac{3}{5}\right)}{\left(\frac{3}{5}\right)^4}$

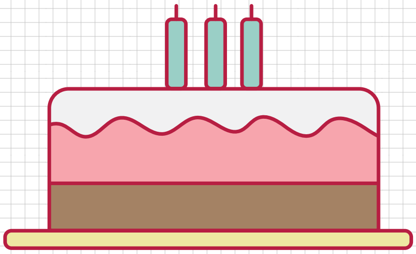
2. Escreve uma expressão numérica que represente:

2.1. A diferença entre treze terços e o quociente de cinco por dois.

2.2. O triplo do quociente de quinze por dois terços.

2.3. O quociente de vinte e cinco pelo produto de um meio por um doze avos.

3. A Paula gastou $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{4}$ kg de nozes num bolo de aniversário.



As nozes restantes dividiu-as em três partes iguais e colocou-as em três pratos.

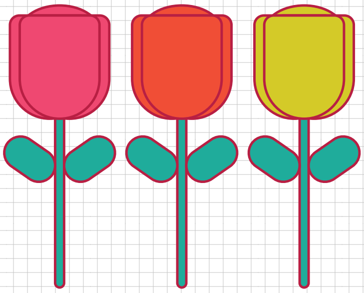
3.1 Escreve o que representa cada uma das expressões:

3.1.1 $\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$ **3.1.2** $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} \times \frac{3}{4}\right) \div 3$

3.2 Quantos gramas de nozes há em cada prato?

4. Dos 300 alunos de uma escola, $\frac{3}{5}$ são raparigas. Quantos rapazes e raparigas existem na escola?

5. O senhor Manuel vendeu 1500 flores, em que:



$\frac{2}{5}$ das flores eram rosas;

$\frac{1}{3}$ das flores eram cravos;

e as restantes eram girassóis.

5.1 Escreve o que representa cada uma das expressões.

5.1.1 $\frac{2}{5} \times 1500$ **5.1.2** $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

5.1.3 $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) \times 1500$ **5.1.4** $1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right)$

5.2. Escreve uma expressão numérica que permita calcular o número de cravos vendidos.

5.3 Calcula o número de girassóis vendidos.

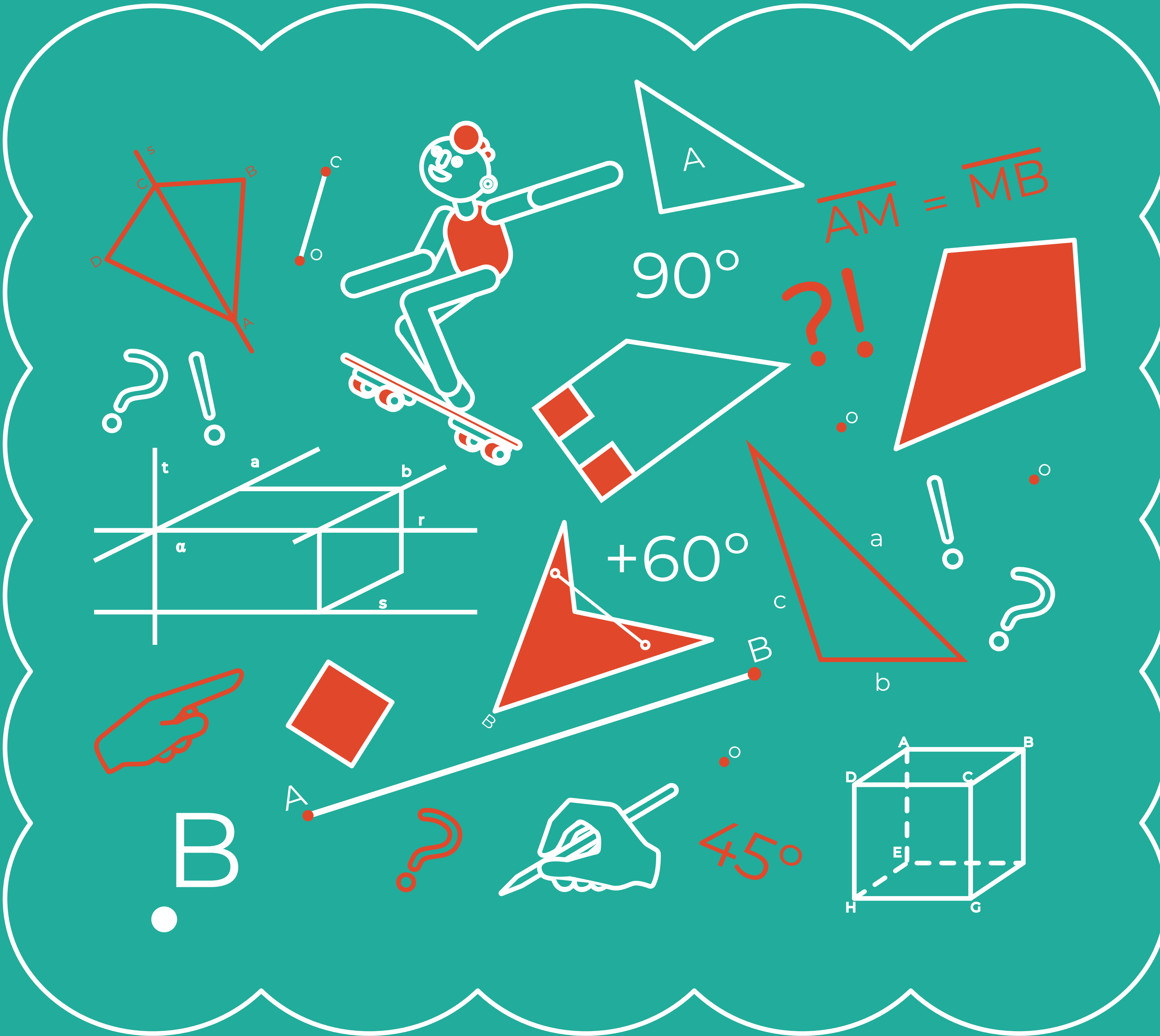
6. Para pavimentar uma sala com 4,60 m de comprimento e 240 cm de largura, foram utilizados mosaicos quadrados com 20 cm de lado. Quantos mosaicos foram necessários para pavimentar a sala?

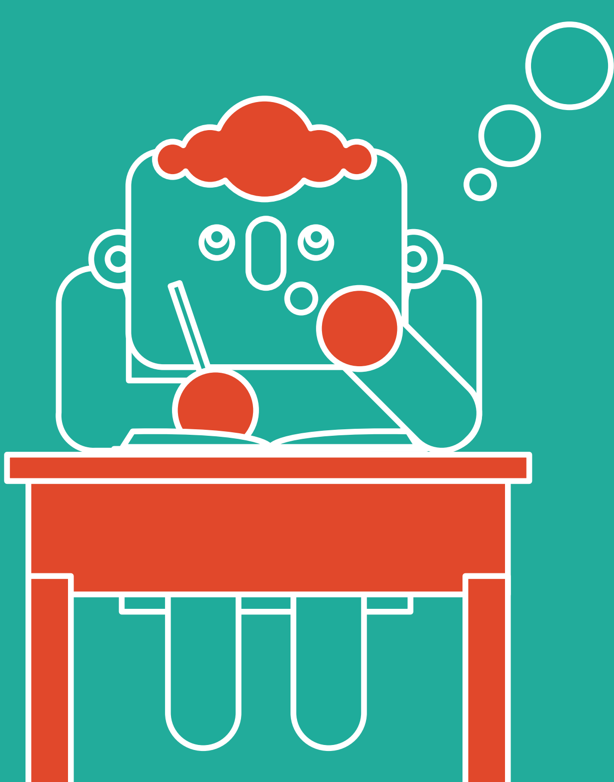
7. O António gastou $\frac{2}{5}$ do seu dinheiro na compra de uma prenda para os avós e $\frac{2}{3}$ do restante num presente para os pais.

Que fração do seu dinheiro lhe sobrou?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{5}{8}$

8. O Pedro deu $\frac{2}{12}$ do seu dinheiro a um amigo que, por dificuldade dos pais, não tinha dinheiro para o lanche. Ainda ficou com 150 escudos. Quanto dinheiro tinha o Pedro?





UNIDADE 2

GEOMETRIA E MEDIDA

UNIDADE 2

GEOMETRIA E MEDIDA

POSIÇÃO RELATIVA DE RETAS NO PLANO:

- Retas concorrentes;
- Retas paralelas;
- Quadriláteros;
- Classificação de quadriláteros;
- Construção de quadriláteros;
- Propriedades dos quadriláteros;
- Propriedades dos paralelogramos;
- Resolução de problemas aplicando as propriedades dos paralelogramos.

TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS E SUAS PROPRIEDADES:

- Reflexão;
- Rotação;
- Translação;
- Simetrias axial e rotacional.

MEDIDA:

- Áreas de figuras planas;
- Volumes de sólidos geométricos;
- Utilização de unidades de volume do sistema métrico;
- Relação entre as unidades de volume do sistema métrico e as unidades de capacidades;
- Problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes.

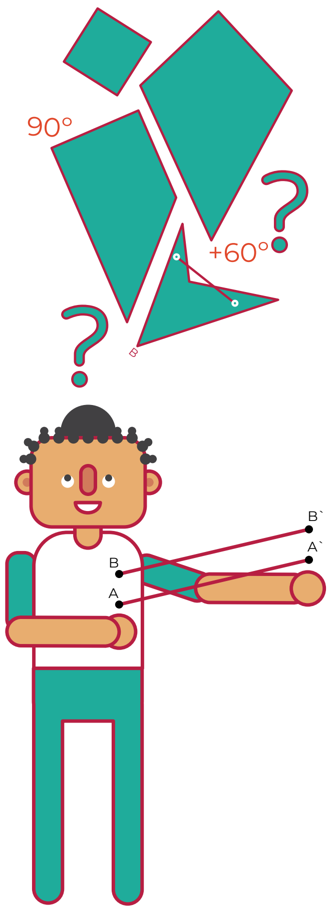
OBJETIVOS:

- Identificar segmentos de reta, semirretas e retas;
- Identificar a posição relativa de duas retas;
- Identificar retas paralelas, retas concorrentes oblíquas e concorrentes perpendiculares;
- Representar retas paralelas, retas concorrentes oblíquas e concorrentes perpendiculares;
- Traçar retas paralelas e retas concorrentes, utilizando régua e esquadro;
- Classificar quadriláteros;
- Descrever quadriláteros;
- Identificar a diagonal de um polígono;
- Reconhecer e distinguir as propriedades dos paralelogramos;
- Resolver problemas, aplicando propriedades dos paralelogramos;
- Identificar, predizer e descrever a isometria em causa, dada a figura geométrica e o transformado;
- Construir o transformado de uma figura a partir de uma isometria ou de uma composição de isometrias;
- Compreender as noções de simetria axial e rotacional e identificar as simetrias numa figura;
- Completar, desenhar e explorar padrões geométricos que envolvam simetrias;
- Identificar as simetrias de frisos e rosáceas;
- Construir frisos e rosáceas;
- Desenvolver a visualização e a descrição de figuras no plano e no espaço;
- Ser capaz de analisar padrões geométricos.

NOTA HISTÓRICA

A geometria que estudas atualmente deve muito ao matemático grego Euclides, que se pensa ter sido educado em Atenas, na Grécia, e que viveu em Alexandria cerca de 300 anos a. C.

Como foi referido no manual do 5º Ano, esse matematico escreveu um dos livros mais famosos da Matemática, os Elementos de Geometria. Nesse livro organizou quase todos os conhecimentos matemáticos e geométricos obtidos pelos matemáticos anteriores a ele.

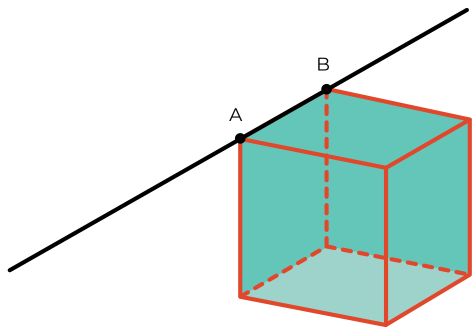


INTRODUÇÃO

Do estudo feito sobre os poliedros, recorda que os elementos que os definem são: os vértices, as arestas e as faces.

Por cada face podes passar um plano.

Por cada aresta podes fazer passar uma reta, como na figura.



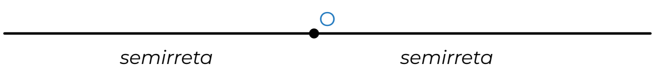
Uma reta, usualmente, é representada por uma letra minúscula, r, s, t,... ou por duas letras maiúsculas como, por exemplo AB, em que A e B são pontos da reta.

Dois pontos de uma reta, definem, nessa reta, um segmento de reta.

Na figura abaixo está representado um segmento de reta, que se nota por segmento [AB] ou [BA], sendo A e B os seus extremos ou extremidades.

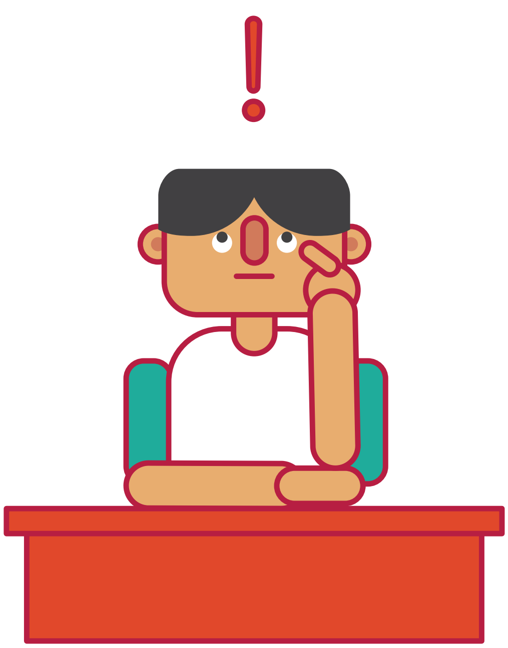
A reta, que contém o segmento de reta [AB] dá-se o nome de *reta suporte* do segmento de reta [AB].

Um ponto numa reta define duas semi-retas com a mesma origem nesse ponto.



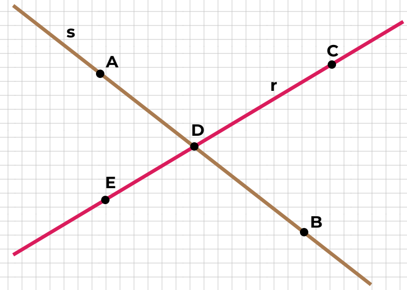
Observa a figura abaixo, que representa uma semirreta AB, sendo A o ponto origem, e B outro ponto qualquer da semirreta.

A semirreta é representada por $\dot{A}B$



ATIVIDADES

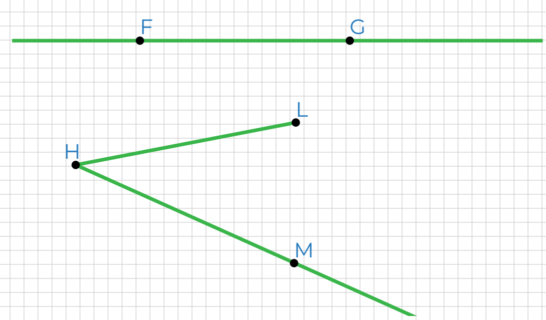
1. Na figura estão representadas duas retas *r* e *s* e cinco pontos A, B, C, D e E.



Completa o quadro, colocando uma cruz (+), sempre que se verifique a relação de pertença:

∈	r	s
A		
B		
C		
D		

2. Observa a figura e completa as frases de modo a obteres afirmações verdadeiras:

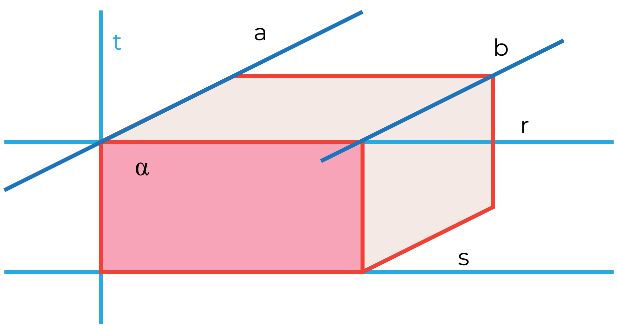


FG representa a ________________ que passa pelos pontos F e ________ . $\dot{H}M$ representa a ________________ de origem ____________ e que passa por ______________

[HL] representa o ________________ de extremos ________________ e ____________ .

POSIÇÃO RELATIVA DE DUAS RETAS

Observa o paralelepípedo representado na figura. Verifica que se prolongares uma face em todas as direções obténs o plano que contém esta face, isto é, uma superfície plana ilimitada, que podemos designar por **plano α**.



Nesse plano estão as retas *r*, *s* e *t* que, pelo facto de serem retas que pertencem ao mesmo plano chamam-se **complanares**.

As retas *s* e *b* não pertencem ao mesmo plano. Elas são **não complanares**.

Então, podemos dizer que, quanto à posição relativa das retas no espaço, temos:

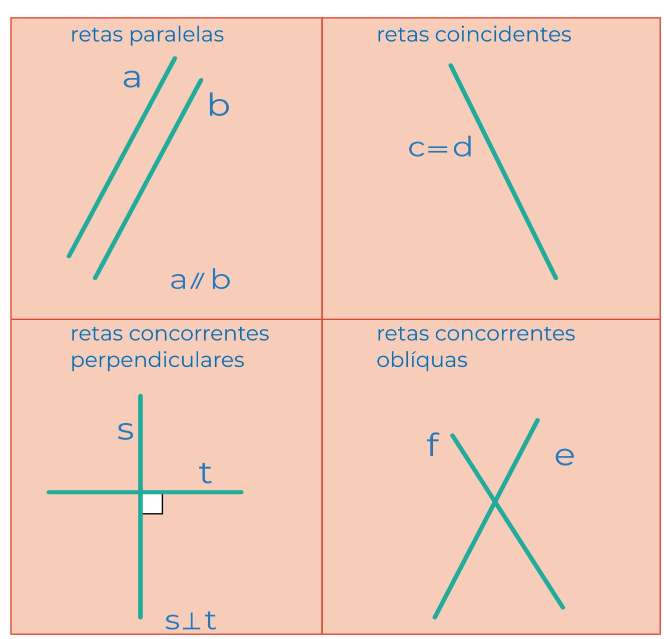
Retas
- Complanares
- Não complanares

Duas retas complanares que têm um ponto comum dizem-se **retas concorrentes.** Por exemplo, as retas s e t da figura.
Duas retas complanares sem pontos comuns dizem-se **retas paralelas**. Por exemplo, as retas r e s da figura.
Duas retas complanares com todos os pontos comuns dizem-se **retas coincidentes**.

No plano temos:

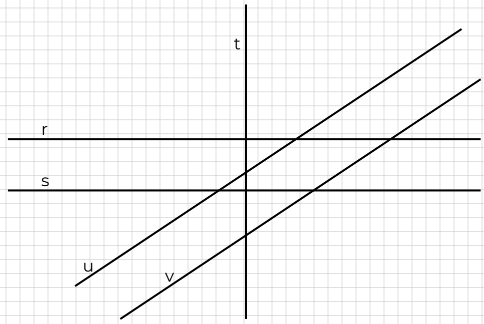
Retas
- Paralelas – nenhum ponto comum
- Coincidentes – todos os pontos comuns
- Concorrentes Um ponto comum
  - Perpendiculares
  - Oblíquas

Quando duas ou mais retas são paralelas, dizemos que elas têm a *mesma direção*.
Direção de uma reta é a propriedade que ela tem em comum com todas as retas que lhe são paralelas (e só essas).



ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Observa a figura:

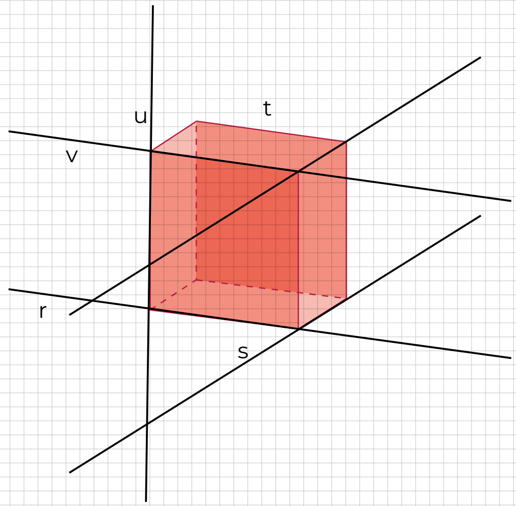


1.1. Utiliza a régua e o esquadro para completares:

- a reta **r** é paralela à reta ......
- **u** e .... são retas concorrentes,
- .... e **v** são retas oblíquas,
- ..... e .... são retas perpendiculares.

1.2. Quantas direções definem as retas representadas na figura?

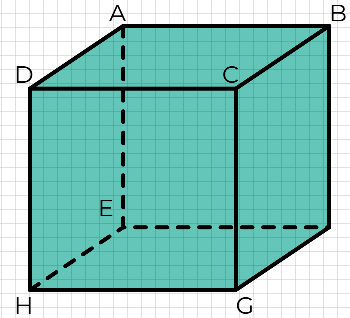
2. A figura abaixo representa um paralelepípedo e retas suporte de algumas das suas arestas.



2.1. Completa:

- As retas **r** e **v** são .... e estão contidas no mesmo plano. Então dizem-se ....
- As retas **r** e **u** são .... E estão também contidas no mesmo plano. São também ....
- As retas **r** e **t** estão contidas em planos .... São retas ....

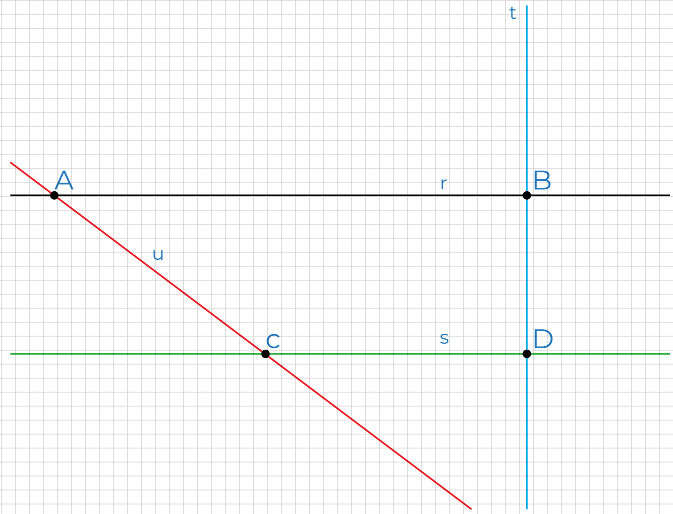
3. Considera o cubo da figura e indica, utilizando letras:



3.1. Duas retas paralelas.

3.2. Duas retas perpendiculares.

4 . Observa a figura e indica:



4.1. Duas retas concorrentes oblíquas.

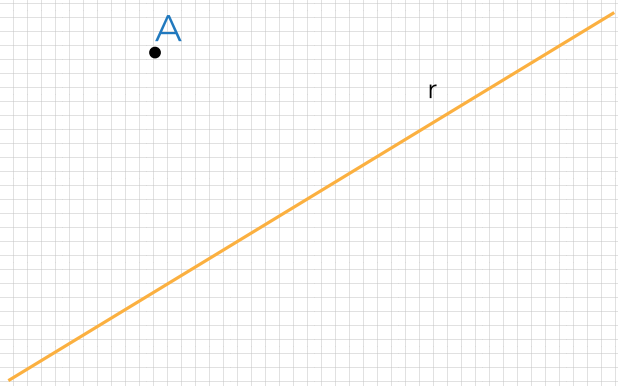
4.2. Duas retas concorrentes perpendiculares.

4.3. Duas retas paralelas.

4.4. Duas semirretas com a mesma origem.

4.5. Dois segmentos de reta.

5. Considera a reta r e o ponto A.

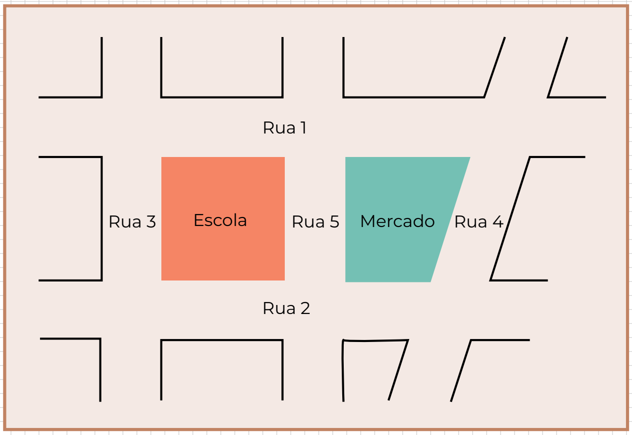


Passando pelo ponto A, desenha:

5.1. Uma reta paralela à reta r.

5.2. Uma reta perpendicular à reta r.

6. A figura representa o mapa de um bairro de uma determinada cidade. Utilizando os números das ruas, indica:

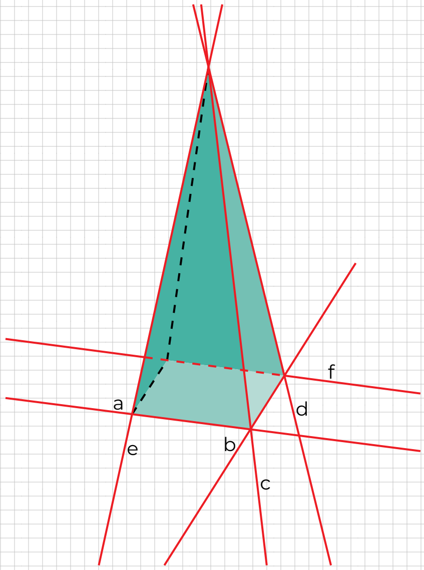


6.1. Duas ruas paralelas.

6.2. Duas ruas perpendiculares.

6.3 Uma rua oblíqua à rua 4.

7. Observa a figura, onde está representada uma pirâmide e as retas suportes de algumas das suas arestas.



7.1. Das afirmações que se seguem, assinala com um (V) as verdadeiras e com um (F) as falsas.

a e **b** são retas complanares ☐

b e **e** são retas complanares ☐

c e **d** são retas complanares ☐

7.2 Completa:

as retas **a** e .... são paralelas;
as retas **e** e .... intersetam-se;
as retas **f** e .... cruzam-se.

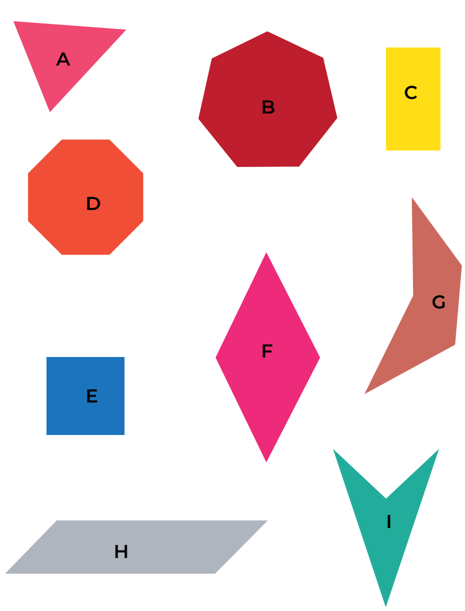
QUADRILÁTEROS

CLASSIFICAÇÃO DOS QUADRILÁTEROS

Nos anos anteriores, aprendeste que o número de lados dos polígonos permite classificá-los em triângulos (3 lados), quadriláteros (4 lados), pentágonos (5 lados), hexágonos (6 lados), heptágonos (7 lados), octógonos (8 lados), etc. Estes podem ser regulares se os lados tiverem o mesmo comprimento e os ângulos a mesma amplitude ou não regulares se os lados tiverem comprimentos diferentes ou os ângulos não tiverem a mesma amplitude.

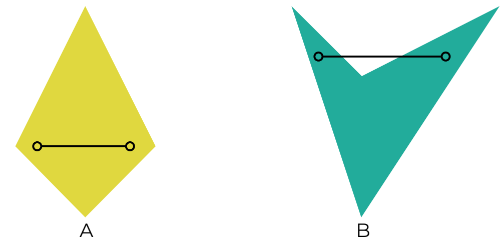
ATIVIDADES

Na figura identifica os polígonos regulares e os não regulares.



Os polígonos podem também ser classificados em polígonos *convexos* e polígonos *não convexos* (côncavos).

Observa os quadriláteros das figuras abaixo. Enquanto que o quadrilátero **A** é *convexo* o **B** é *não convexo.*



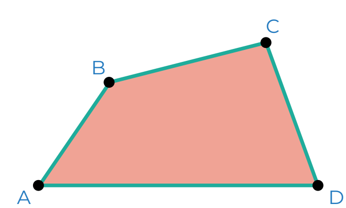
Um *polígono* é *convexo* se dois dos seus pontos, quaisquer, definem um segmento de reta que está contido no polígono.

Um *polígono* é *não convexo* (ou côncavo) se pelo menos dois dos seus pontos definem um segmento de reta que não está contido no polígono.

A classificação dos quadriláteros convexos dependende dos comprimentos dos seus lados e das posições relativas dos mesmos, bem como dos seus ângulos internos.

Trapézios: Quadriláteros com, pelo menos, dois lados paralelos

Não trapézios: Quadriláteros sem lados paralelos



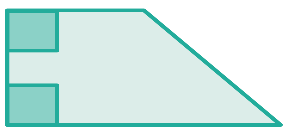
Os trapézios são classificados em

Trapézios propriamente ditos: quadriláteros com apenas dois lados paralelos

Paralelogramos: quadriláteros com os lados paralelos dois a dois

Trapézios propriamente ditos

Retângulo – dois ângulos retos

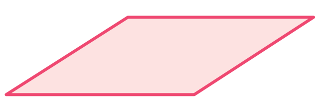


Isósceles – ângulos da base iguais

Escaleno – lados oblíquos diferentes

Paralelogramos

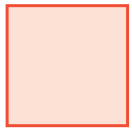
Paralelogramo – propriamente dito



Losango – lados todos iguais

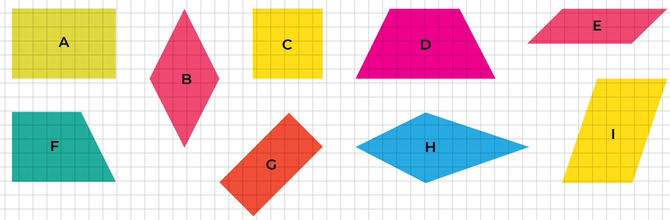
Retângulo – ângulos todos iguais

Quadrado – lados e ângulos iguais



ATIVIDADES

Observa os quadriláteros representados na figura abaixo.



1. Recorrendo às letras associadas aos quadriláteros, preenche a seguinte tabela:

Paralelogramos	
Retângulo	Losango (ou Rombo)
Quadrado	

2. Dos quadriláteros apresentados na figura, indica os que têm pelo menos um par de lados paralelos (trapézios).

3. Num polígono, dá-se o nome de diagonal a qualquer segmento de reta cujos extremos são dois vértices não consecutivos.

3.1. Qual é o número de diagonais de um quadrilátero?

3.2 Dos quadriláteros da figura, indica os que têm:

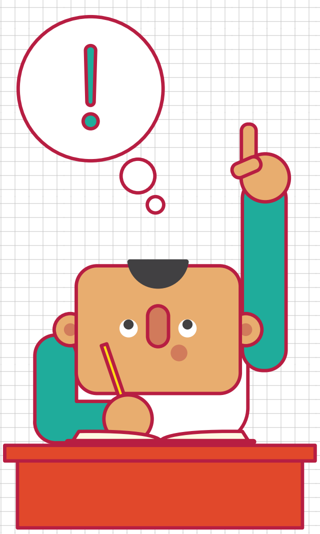
3.2.1. as diagonais iguais;

3.2.2. as diagonais perpendiculares.

4. Indica o(s) quadrilátero(s) da figura que corresponde(m) à seguinte caraterização:

4.1. em dois pares de lados consecutivos iguais e as diagonais não se bissetam (não se dividem ao meio);

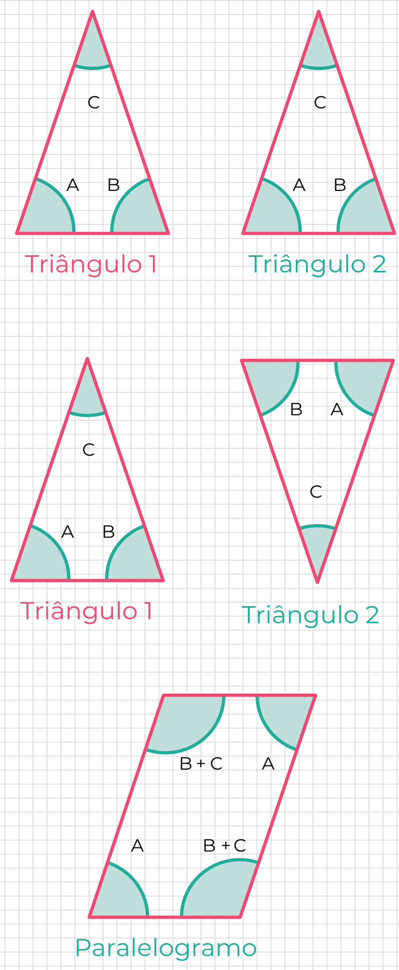
4.2 as diagonais bissetam-se, mas não são perpendiculares.



PROPRIEDADES DOS PARALELOGRAMOS

Depois de teres resolvido a atividade anterior, podemos agora identificar algumas das propriedades dos paralelogramos.

Observa as figuras representadas abaixo.



Desenha no teu caderno dois triângulos iguais aos triângulos 1 e 2. De seguida constrói um paralelogramo a partir dos dois triângulos. Repara que esta construção sugere-nos várias propriedades dos paralelogramos.

• A soma das amplitudes dos ângulos internos dum paralelogramo é 360º.

$(\hat{A}+\hat{C})+\hat{B}+(\hat{A}+\hat{C})+\hat{B}=180^\circ+180^\circ=360^\circ$

Recorda que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180°

• Os ângulos opostos de um paralelogramo são geometricamente iguais.

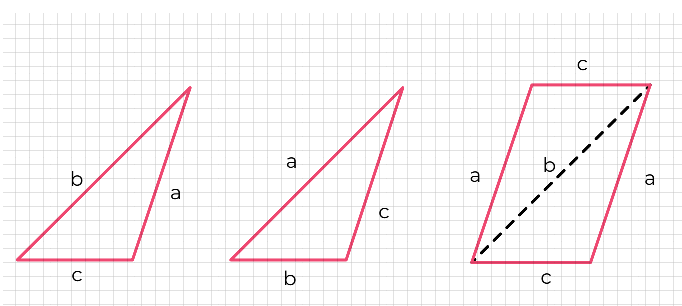
$\hat{A} = \hat{A}$ e $\hat{C} + \hat{B} = \hat{B} + \hat{C}$

• Os ângulos internos adjacentes a cada lado do paralelogramo (têm esse lado comum) são suplementares.

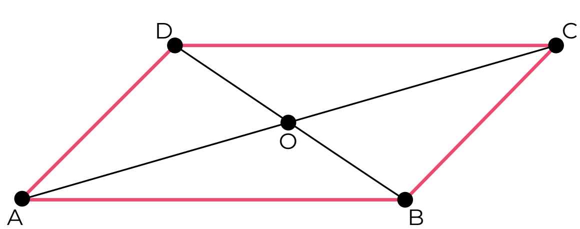
$(\hat{B}+\hat{C}) + \hat{A} = 180^\circ$ e $\hat{B} + (\hat{A}+\hat{C}) = 180^\circ$

• Num paralelogramo, os lados opostos são geometricamente iguais.

Os lados opostos do paralelogramo são os lados iguais dos dois triângulos.



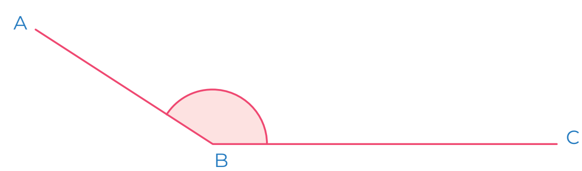
• Num paralelogramo as diagonais cruzam-se no ponto médio de cada uma delas.



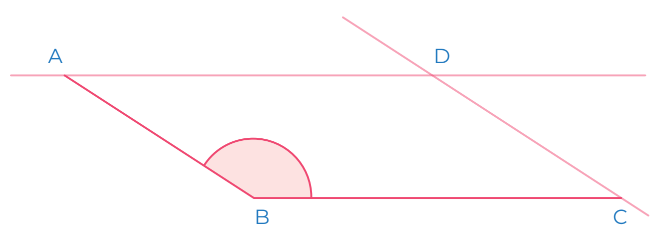
CONSTRUÇÃO DE PARALELOGRAMOS

Vais aprender a construir um paralelogramo, usando a régua, o compasso e o transferidor. Na construção de um paralelogramo há que conhecer os comprimentos dos seus lados ou das diagonais e as amplitudes dos ângulos internos, de acordo com os casos seguintes:

• **Os comprimentos de dois lados consecutivos e o ângulo por eles formado.**



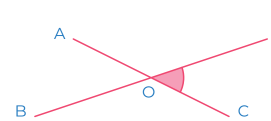
A partir destes dados e das propriedades é possível construir o paralelogramo.

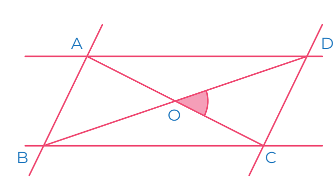


Pelo ponto A, traçar uma reta paralela a BC e pelo ponto C, traçar uma reta paralela a AB. As duas retas intersetam-se no ponto D.

• **O comprimento das diagonais e um dos seus ângulos.**

As diagonais cruzam-se ao meio.

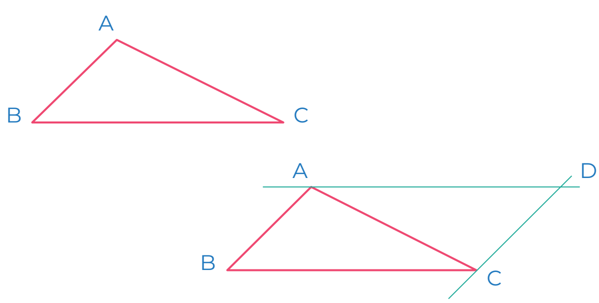




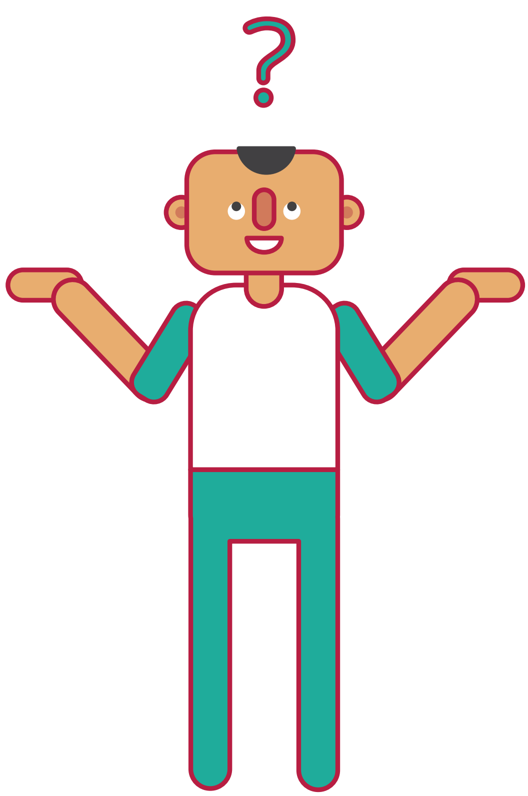
Depois de traçar as diagonais e o ângulo considerado, unir os pontos A, B, C e D.

• **Os comprimentos de dois lados consecutivos e da diagonal oposta ao ângulo por eles formado.**

Estes dados constituem, por si, um triângulo. Agora é só traçar os dois lados que faltam e que são paralelos aos lados dados.

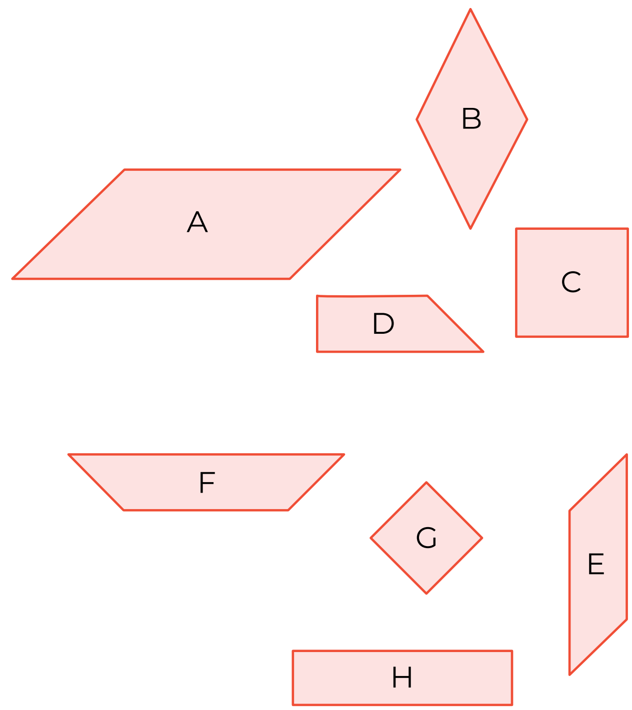


Pelo ponto A, traçar uma reta paralela a BC e pelo ponto C traçar uma reta paralela a AB. As duas retas intersetam-se no ponto D.



ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Observa os quadriláteros a seguir representados:



1.1. Usando as letras, indica:

polígonos regulares;	
paralelogramos não retângulos;	
trapézios;	
quadrados;	
retângulos;	
paralelogramos.	

1.2. Desenha todas as figuras no teu caderno e traça as diagonais.

1.3. Completa o quadro abaixo com V (verdadeiro) ou F (falso).

POLÍGONO	AS DIAGONAIS BISSETAM-SE	AS DIAGONAIS SÃO PERPENDICULARES	AS DIAGONAIS TÊM O MESMO COMPRIMENTO
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			

2. Completa as frases com o nome do quadrilátero que corresponde às características indicadas.

2.1. O ________________ e o ________________ têm todos os seus lados com igual comprimento.

2.2. O ________________ e o ________________ têm só os lados opostos com igual comprimento.

2.3. O ________________ e o ________________ têm todos os ângulos retos.

2.4. O ________________ e o ________________ não têm nenhum ângulo reto.

3. Desenha as figuras seguintes:

3.1 Um quadrado em que as diagonais têm 4cm de comprimento.

3.2. Um losango [ABCD], sendo $\overline{AC} = 6$ cm e $\overline{BD} = 4$ cm

4. Considerando a figura abaixo, desenha um paralelogramo em que [AB] é um lado e O é o ponto de interseção das duas diagonais.

5. Constrói paralelogramos, quando possível, a partir dos seguintes dados:

5.1. Dois lados de 4 cm e 6 cm, sendo o ângulo por eles formado de 120°.

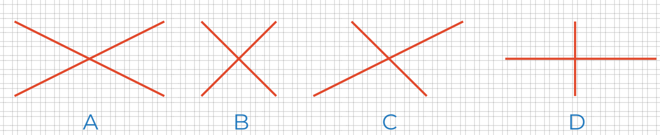
5.2. Três lados com 4 cm, 5 cm e 6 cm.

5.3. Lados de 10 cm e 12 cm.

5.4. Dois ângulos de 40° e 130° e dois lados de 10 cm e 12 cm.

5.5. As diagonais medem 10 cm e 15 cm e fazem entre si um ângulo de 45°.

6. Observa a figura onde estão traçadas as duas diagonais de quatro quadriláteros



6.1. Em que casos as diagonais são geometricamente iguais?

6.2. Em que casos as diagonais são perpendiculares?

6.3. Identifica o quadrilátero a que pertence cada par de diagonais.

TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

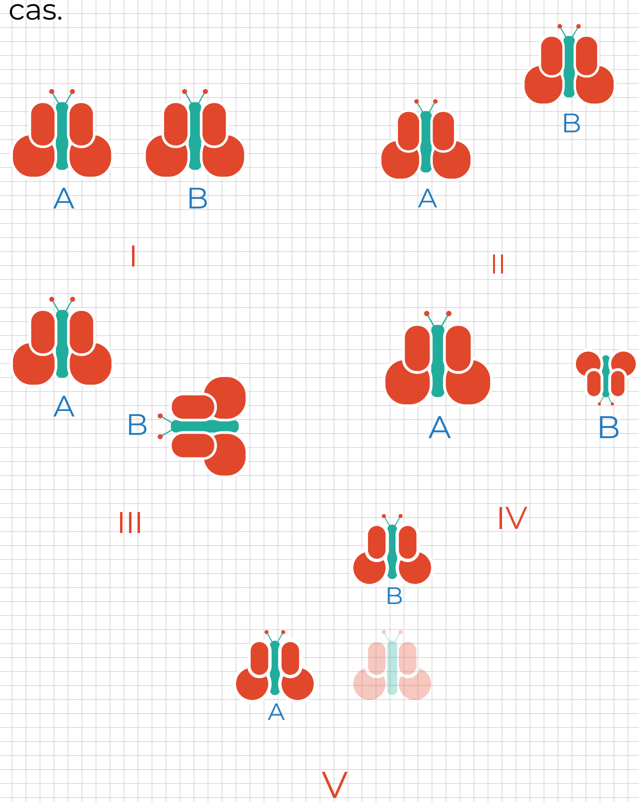
Ao observares ao teu redor, encontras muitas vezes figuras geométricas onde estão presentes as isometrias que estudaste em anos anteriores.

Neste capítulo, vamos abordar a geomtria euclidiana, usando conceitos ligados às transformações geométricas, nomeadamente as isometrias.

Como sabes, existem quatro tipos de isometrias no plano: a *reflexão*, a *translação*, a *rotação* e a *reflexão deslizante*. Em todas essas transformações geométricas as figuras mantêm a sua forma e tamanho, alterando-se apenas a sua posição. Por este motivo, também se chamam isometrias (que significa mesma medida).

ATIVIDADES

Nas figuras abaixo estão representadas diferentes tipos de transformações geométricas.



1. Identifica as que são isometrias.

2. Estabelece a correspondência entre as figuras e as isometrias que estudaste anteriormente.

ISOMETRIAS	NÚMEROS
Translação	
Rotação	
Reflexão	
Reflexão deslizante	

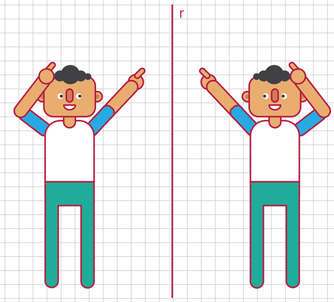
REFLEXÃO

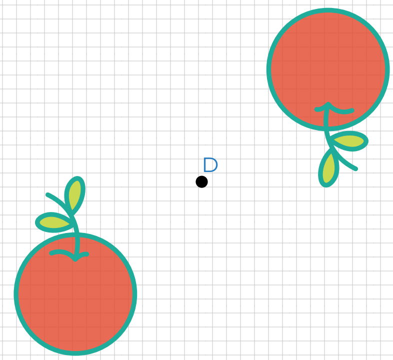
Reflexão em relação a uma reta é a transformação geométrica em que o ponto original e a sua imagem estão equidistantes da reta considerada. Neste caso a reflexão diz-se axial e a reta considerada chama-se o eixo da reflexão.

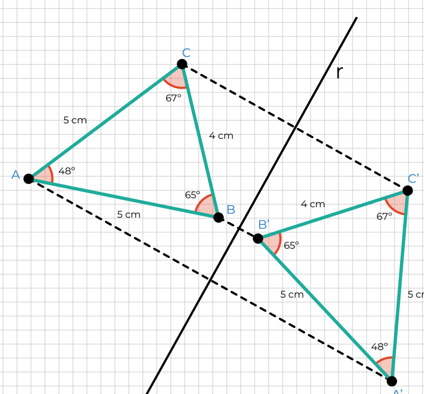
Reflexão em relação a um ponto é a transformação geométrica em que o ponto original e a sua imagem estão equidistantes do ponto considerado. Neste caso a reflexão diz-se central e o ponto considerado chama-se o centro da reflexão.

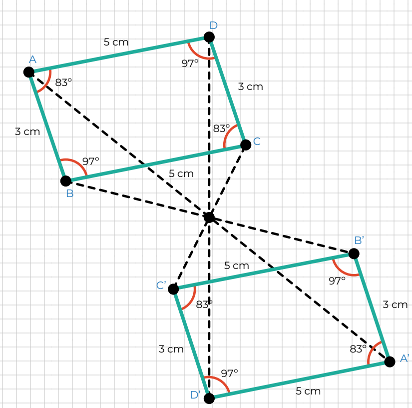
Nas imagens seguintes, podemos identificar alguns monumentos históricos do país onde é possível verificar a existência da reflexão axial.

De igual modo é possível construir imagens de um objeto a partir da reflexão axial e reflexão central.





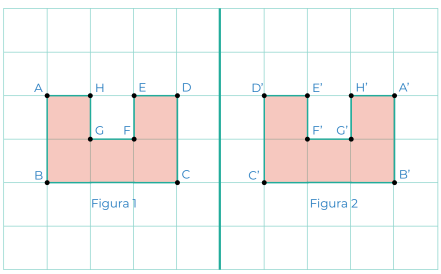




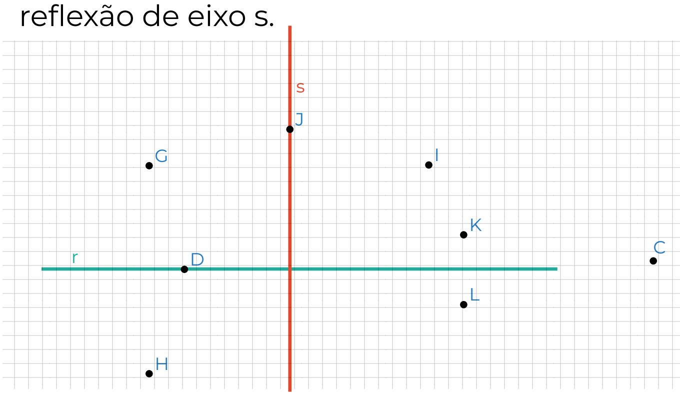
REFLEXÃO AXIAL

EXEMPLOS

1. Na figura representada, pode-se ver que, através da reflexão axial, o ponto A da figura 1 é transformado no ponto A' da figura 2, o ponto B em B' e assim sucessivamente.

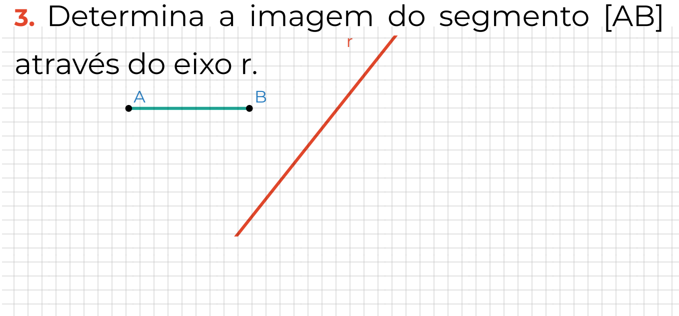


2. Considera as retas ***r*** e ***s*** representadas na figura. Identifica as imagens de G e K pela reflexão de eixo r e as imagens de I e J pela reflexão de eixo s.

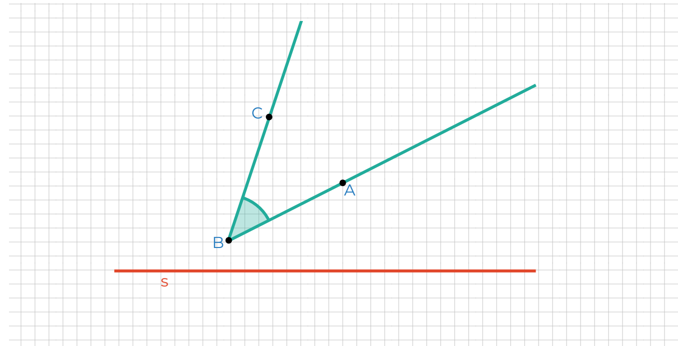


Pela reflexão de eixo r, a imagem de G é o ponto H e a imagem de K é o ponto L.
Pela reflexão de eixo ***s***, a imagem do ponto I é o ponto G e a imagem do ponto J é o próprio ponto.

3. Determina a imagem do segmento [AB] através do eixo r.



4. Considera o ângulo ABC e determina a sua imagem através da reflexão de eixo ***s***.



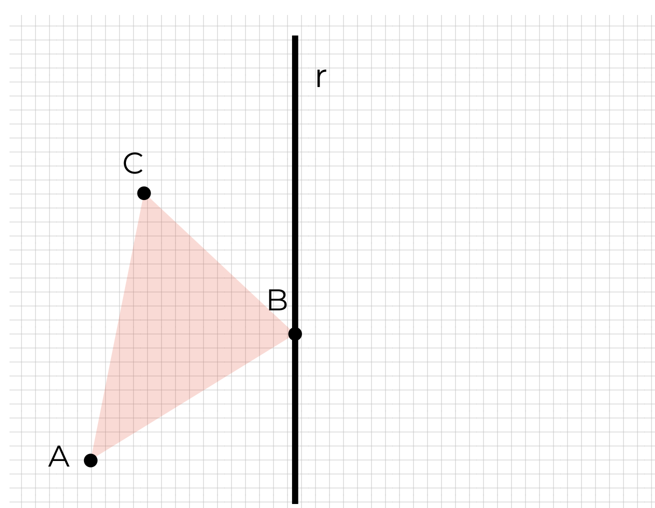
A partir dos exemplos, podemos então concluir algumas propriedades da reflexão axial.

A reflexão axial transforma:

- um segmento de reta noutro segmento de reta geometricamente igual (com o mesmo comprimento);
- um ângulo noutro ângulo geometricamente igual (com a mesma amplitude).

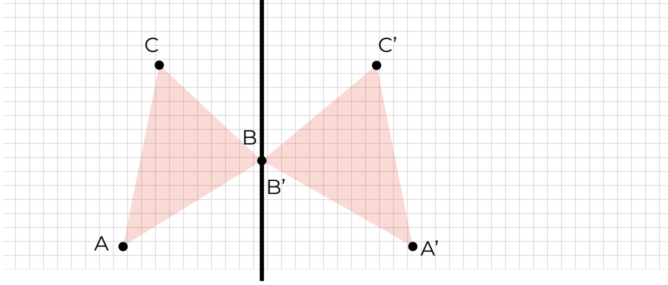
Ou seja a reflexão axial mantém os comprimentos dos segmentos de reta e a amplitude dos ângulos.

5. Na figura está desenhado o triângulo [ABC] e um eixo ***r*** .
Determina o triângulo [A'B'C'] , imagem do triângulo [ABC] através da reflexão de eixo ***r*** e justifica que os triângulos [ABC] e [A'B'C'] são geometricamente iguais.



RESOLUÇÃO:

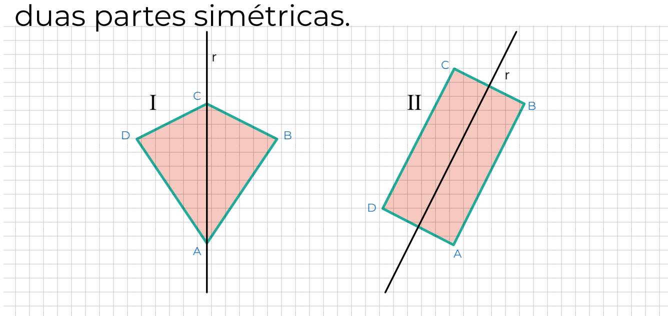
Começa por desenhar a figura e o respetivo eixo de reflexão e, em seguida, aplica a definição de reflexão axial e as suas propriedades.



EIXO DE SIMETRIA DE UMA FIGURA

Observa a figura I. Nela está representada um quadrilátero [ABCD]. Repara que, pela reflexão de eixo ***r***, a imagem de A é A; a imagem de B é D; a imagem de C é C e a imagem de D é B. A reflexão de eixo ***r*** transforma uma metade do quadrilátero na outra metade, isto é, a reta ***r*** divide a figura em duas partes simétricas.

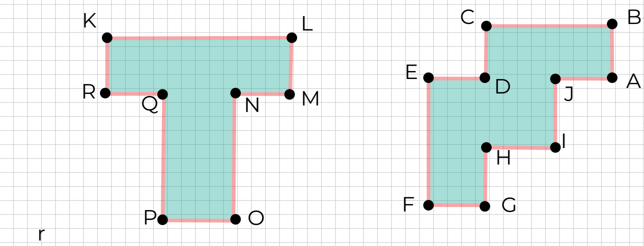
Observa a figura II. Nela está representada um quadrilátero [ABCD]. Repara que, pela reflexão de eixo r, a imagem de A é D; a imagem de B é C; a imagem de C é B e a imagem de D é A. A reflexão de eixo r transforma uma metade do quadrilátero na outra metade, isto é, a reta r divide a figura em duas partes simétricas.



Neste caso, dizemos que a reta r é um *eixo de simetria* de cada uma das figuras.

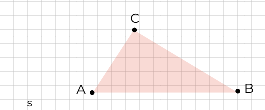
ATIVIDADES

1. Reproduz as figuras no teu caderno e desenha as suas imagens pela reflexão de eixo r.

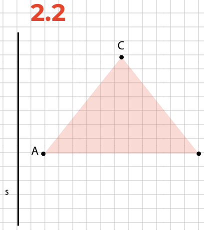


2. Reproduz no teu caderno as figuras seguintes e desenha o triângulo [A'B'C'] que é a imagem do triângulo [ABC], pela reflexão de eixo s.

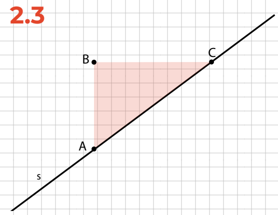
2.1



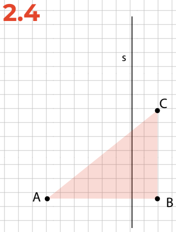
2.2



2.3

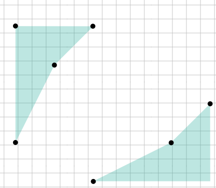


2.4

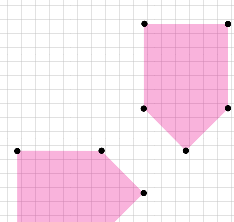


3. Cada figura abaixo é a imagem da outra por uma reflexão de eixo r.
Reproduz as figuras no teu caderno e desenha o eixo de reflexão.

3.1



3.2

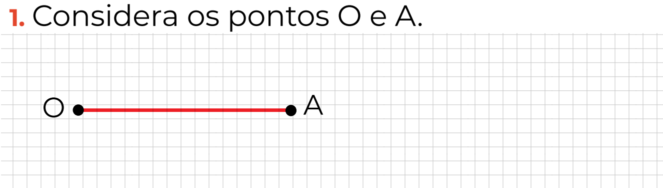


REFLEXÃO CENTRAL

Tal como na reflexão axial, vamos agora ver o que acontece quando determinamos a imagem de um ponto, de um segmento de reta ou de uma figura qualquer, numa reflexão central.

Exemplos:

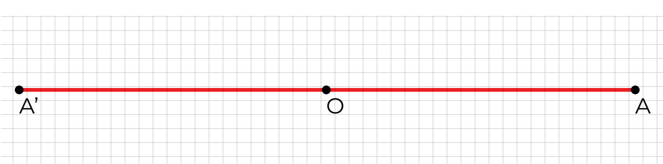
1. Considera os pontos O e A.



Determina A' , a imagem do ponto A, através da reflexão central de centro O .

RESOLUÇÃO:

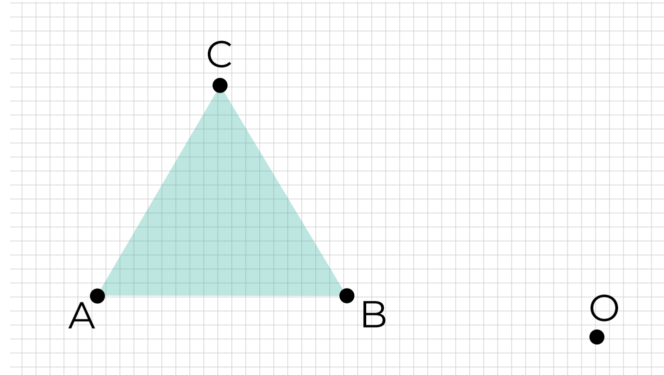
Para determinar A' , com a ajuda de uma reta graduada, traçamos o segmento de reta [AO] e, de seguida, com um compasso ou ainda com a reta graduada, assinala-se o ponto A' , de modo que O seja o ponto médio de [AA'], isto é: $\overline{OA'} = \overline{OA}$.



Então, sendo O o ponto médio de [AA'], A e A' são equidistantes de O, pelo que A' é a imagem do ponto A pela reflexão central de centro O.

A imagem do ponto O é o próprio ponto.

2. Na figura abaixo está representado um triângulo equilátero [ABC] e um ponto O.



Desenha no teu caderno o triângulo [A'B'C'] imagem do triângulo dado pela reflexão central de centro O.

PROPRIEDADES DA REFLEXÃO CENTRAL

A reflexão central transforma:

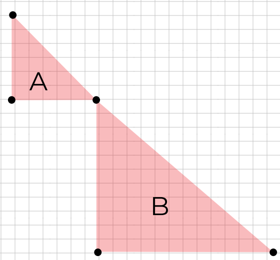
- um segmento de reta noutro segmento de reta geometricamente igual (com o mesmo comprimento);
- um ângulo noutro ângulo geometricamente igual (com a mesma amplitude).

ATIVIDADES

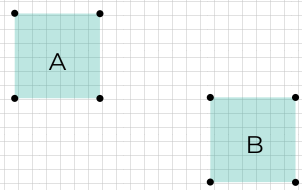
1. Observa as figuras e diz se é possível ou não obter a figura A a partir da figura B por uma reflexão central

.

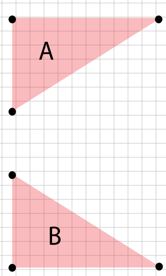
1.1



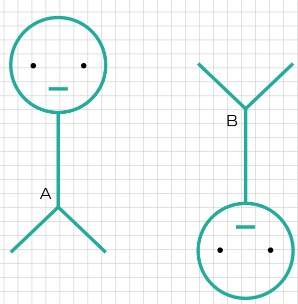
1.2



1.3

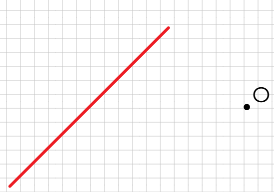


1.4

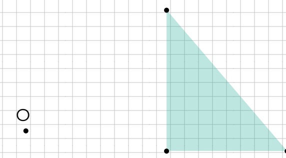


2. Reproduz no teu caderno cada uma das figuras seguintes e, em seguida, desenha a figura transformada pela reflexão central de centro O.

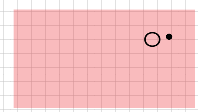
2.1



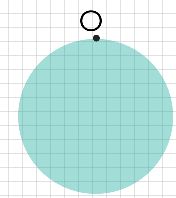
2.2



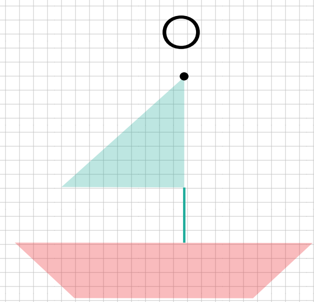
2.3



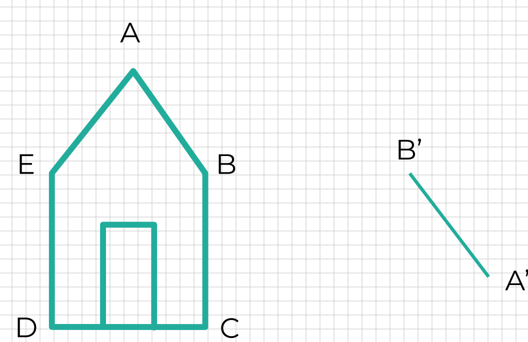
2.4



2.5



3. Reproduz no teu caderno a figura representada e completa o desenho sabendo que [A'B'] é o transformado de [AB] por uma reflexão central.



ROTAÇÃO

Como sabes, a Terra executa um movimento de rotação em torno do seu eixo.

No dia-a-dia, encontramos diversas situações que retratam movimentos de rotação, tais como:

- Quando andamos de bicicleta, à medida que pedalamos executamos um movimento de rotação nos pedais;

- Nos parques de diversão infantil, os carrosséis também executam movimentos de rotação;

- Nos parques eólicos, as pás dos aerogeradores, na produção de energia eólica, executam um movimento de rotação.


pixabay


pixabay

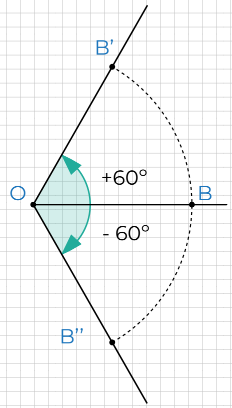

pixabay

Uma rotação é uma transformação geométrica caraterizada por um ponto fixo que é o *centro de rotação* e um ângulo que é o *ângulo de rotação.*

Uma rotação pode ser feita no sentido contrário ao dos ponteiros dos relógios (sentido positivo), ou no sentido dos ponteiros dos relógios (sentido negativo).

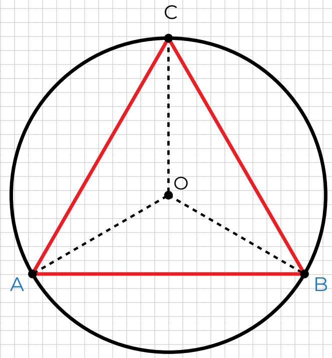
ATIVIDADES

1. Considera a figura.



O ponto B' é a imagem do ponto B pela rotação de centro O e amplitude +60° (rotação no sentido positivo).
O ponto B'' é a imagem do ponto B pela rotação de centro O e amplitude -60° (rotação no sentido negativo).

2. Observa a figura seguinte, onde está representada uma circunferência de centro O e um triângulo equilátero.



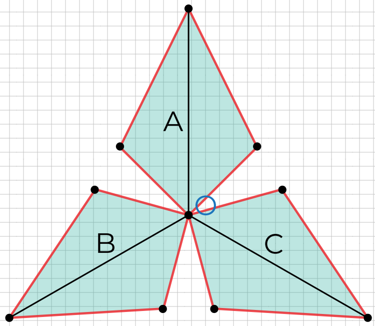
Considerando uma rotação de centro O e amplitude +120°, verificamos que o ponto B transforma-se no ponto C e o ponto C no ponto A e que o segmento de reta [CA] é a imagem do segmento de reta [BC] na rotação de centro O e amplitude +120°.

Qual é a imagem do segmento de reta [BC] na rotação de centro O e amplitude: -120° ; + 240° e - 240° ?

Repara que $\overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{BC} = \overline{AB}$.

3. Observa a figura.

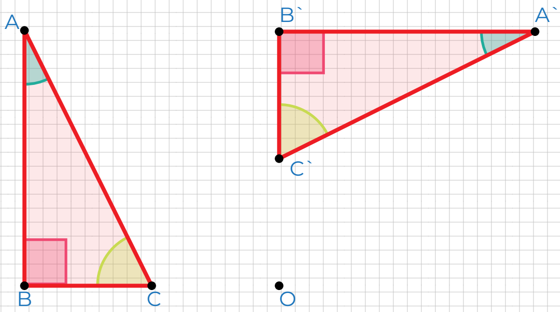
Considerando o ponto fixo O, podemos rodar o motivo A a sobrepor-se ao motivo B em torno desse ponto.



A rotação pode ser feita no sentido positivo ou no sentido negativo.

Para o motivo A se sobrepor ao motivo B, no sentido positivo o ângulo de rotação seria de +120° e, no sentido negativo seria de -240°.

4. Considera agora a figura.
Verifica que o triângulo [A'B'C'] é a imagem do triângulo [ABC] na rotação de centro O e amplitude -90°.



ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Observa a figura 1 e considera os pontos A e O.

Figura 1

Determina o transformado do ponto A por uma rotação de centro O e amplitude:

1.1 $+30\,°$

1.2 $-60\,°$

2. Considera a figura 2.

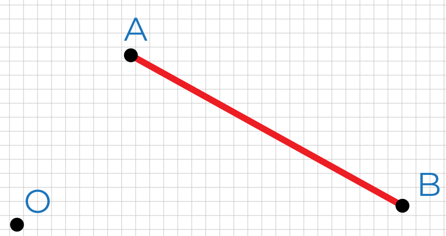
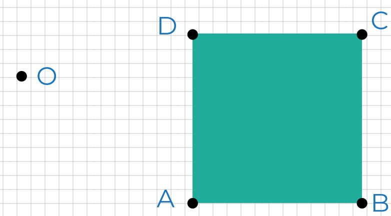


Figura 2

Desenha o transformado do segmento de reta [AB] por uma rotação de centro O e amplitude $-150°$.

3. Desenha no teu caderno o quadrado [ABCD] e o ponto O, tal como na figura abaixo.

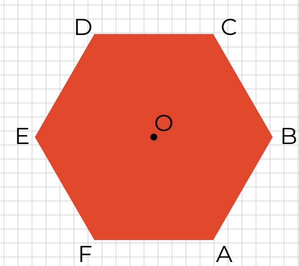


3.1. Determina o transformado do quadrado por uma rotação de centro O e amplitude $+180°$.

3.2. E se fosse $-180°$, a que conclusão chegarias?

3.3. Compara esta isometria com uma reflexão central de centro O.

4. A figura representa um hexágono regular [ABCDEF] de centro O.



4.1. Qual é o transformado do ponto A por uma reflexão central de centro O?

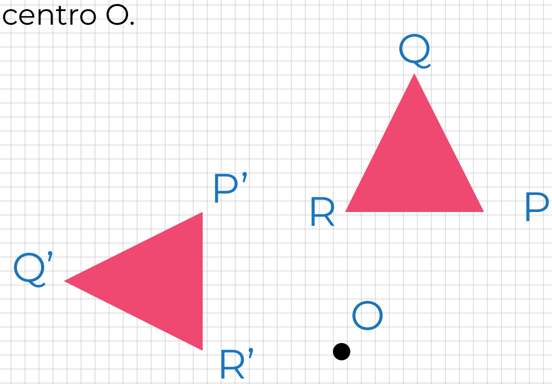
4.2. Qual é o transformado do ponto E por uma rotação de centro O e amplitude $-240°$?

4.3. Qual é a imagem do lado [DC] por uma rotação de centro O e amplitude $-60°$?

4.4. Qual é o transformado do ângulo COD por uma rotação de centro O e amplitude $+300°$?

4.5. Qual é a imagem do triângulo [DOE] por uma rotação de meia volta, ou seja +180°, ou -180°?

5. Na figura, o triângulo [P'Q'R'] é o transformado do triângulo [PQR] por uma rotação de centro O.



Qual é a medida da amplitude do ângulo de rotação? Justifica.

6. Considera o retângulo [ABCD].

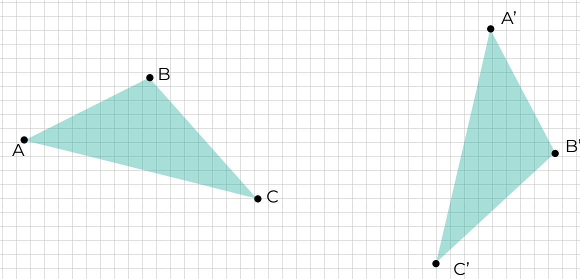
Desenha o transformado do retângulo por uma rotação:

6..1. Centro A e amplitude +90°.

6.2. Centro C e amplitude -45° .

7. Na figura o triângulo [A'B'C'] é o transformado do triângulo [ABC] por uma rotação.

Qual é o centro e amplitude da rotação?



8. Observa a figura e descreve uma isometria que transforme:

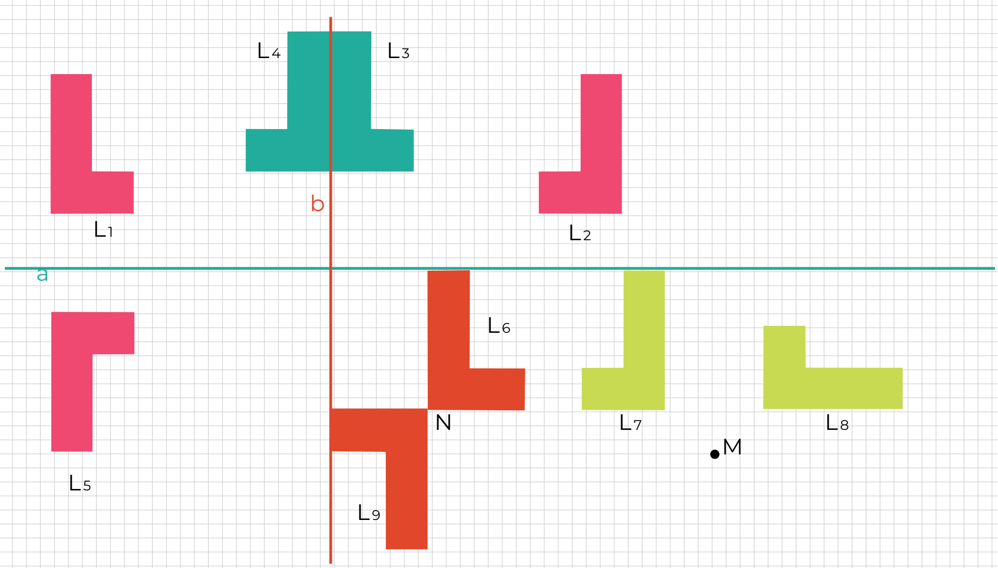
8.1. L_1 em L_2;

8.2. L_3 em L_4;

8.3. L_7 em L_8;

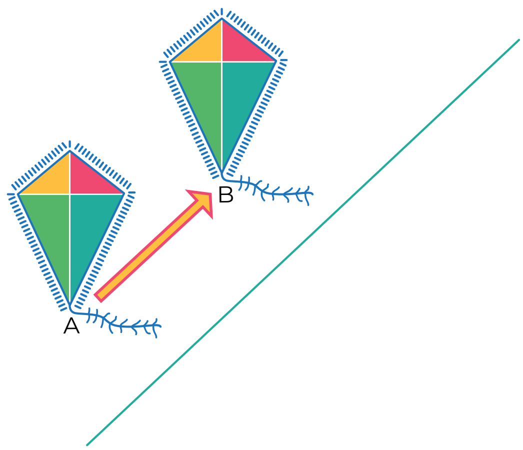
8.4. L_6 em L_9;

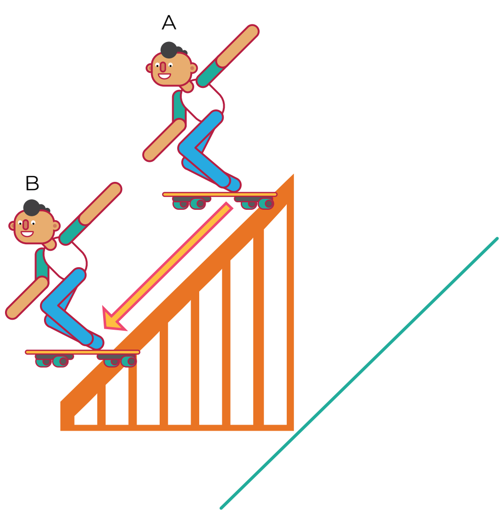
8.5. L_1 em L_5.

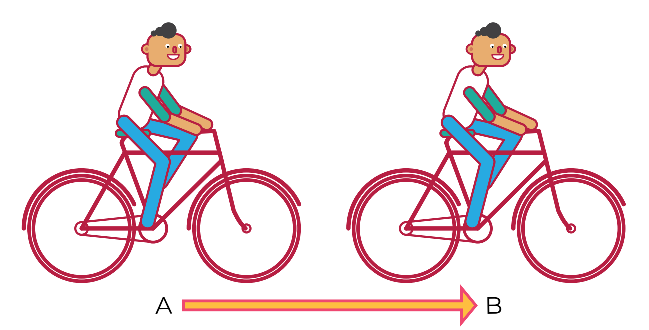


TRANSLAÇÃO

Observa cada uma das situações com que nos deparamos no nosso dia a dia.



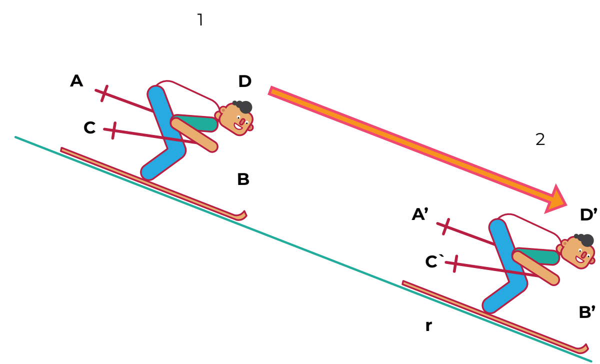




Em cada um dos casos, verificamos que:

- a figura desloca-se da posição A para uma nova posição B;
- movimenta na direção da reta indicada;
- segue o sentido de A para B;
- percorre uma distância de comprimento $\overline{AB}$.

Observa as figuras **1** e **2** abaixo:



Decalca, com papel vegetal, a figura 1 e assinala os pontos A, B, C e D, e a reta **r**.

De seguida faz deslizar a figura 1 sobre a reta r, até que o ponto D se sobreponha a D'.

Que verificas em relação aos pontos correspondentes a A, B e C ?

No teu papel transparente, desenha os quadriláteros [DD'A'A] , [DD'B'B] e [DD'C'C]. Como classificas estes quadriláteros?

Certamente observaste que, no deslocamento retilíneo de D para D', a figura 1 se sobrepôs à figura 2.

Os pontos A', B' e C' são as imagens respetivas dos pontos A, B e C. Diz-se, então que:

- A figura 1 tem por imagem a figura 2, na translação que transforma D em D'.

Repara que:

AA' // BB' // CC' // DD' e $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'} = \overline{DD'}$

Uma translação é uma transformação geométrica em que a figura original se desloca segundo uma direção, um sentido e um comprimento.

ATIVIDADES

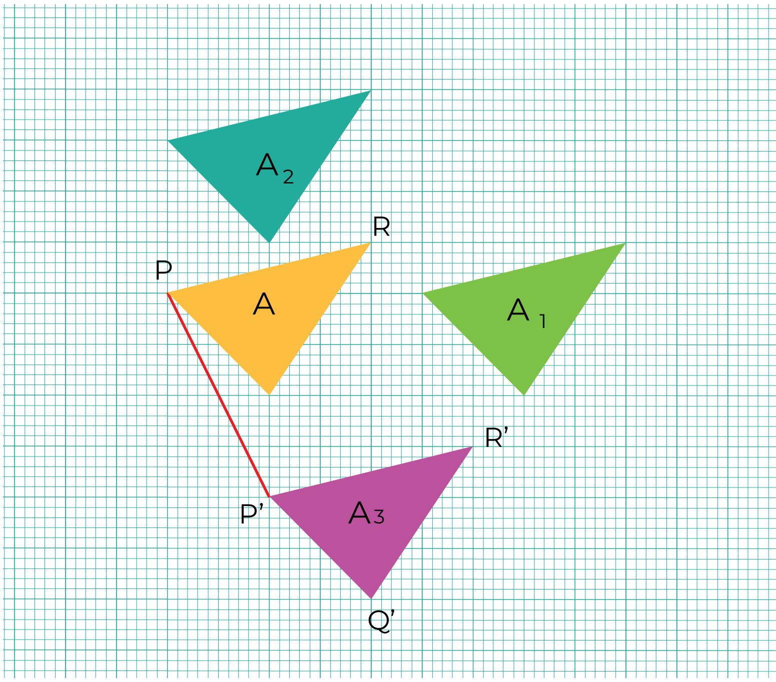
Observa a figura geométrica **A**. Vamos construir as suas imagens por translações, usando quadrículas.

- Na 1ª translação, deslocamos a figura A, na horizontal para a direita, 5 quadrículas e obtemos a imagem A_1;

- Na 2ª translação, deslocamos a figura A, na vertical para cima, 3 quadrículas e obtemos a imagem A_2;

- Na 3ª translação, deslocamos a figura A, de modo que a imagem do ponto P seja o ponto P', e obtemos a imagem A_3.

Decalca, em papel vegetal, a figura A e coloca-a sobre A_1, A_2 e A_3.
Que observas?



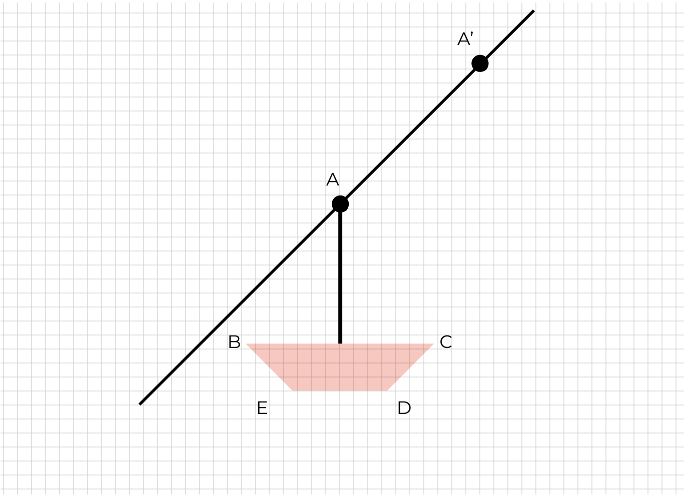
A imagem de uma figura numa translação é uma figura geometricamente igual.

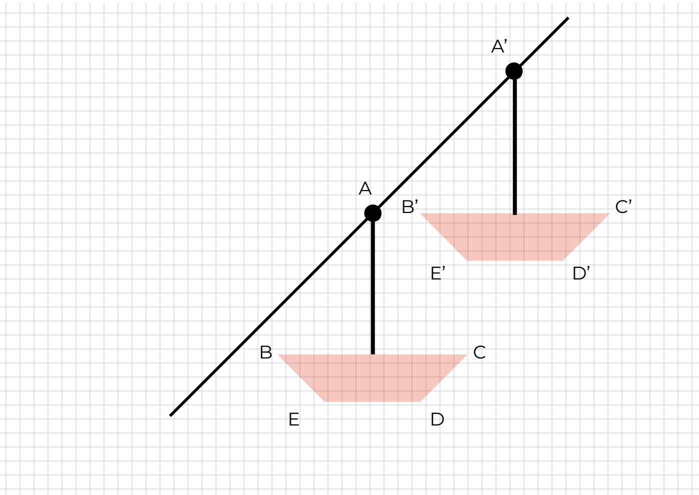
PROPRIEDADES DA TRANSLAÇÃO

Observa a figura geométrica abaixo, onde o ponto A se deslocou para A'.

Desenha esta figura no teu caderno quadriculado e constrói a sua imagem na translação que transforma A em A'.

Designando por B',C',D' e E' as imagens dos pontos B,C,D e E, obtiveste:





Que concluis quanto aos:

- comprimentos de [BC] e [B'C'], [ED] e [E'D']?
- amplitude dos ângulos BED e B'E'D', CDE e C'D'E' ?
- quadriláteros [BCDE] e [B'C'D'E'] ?

Propriedades

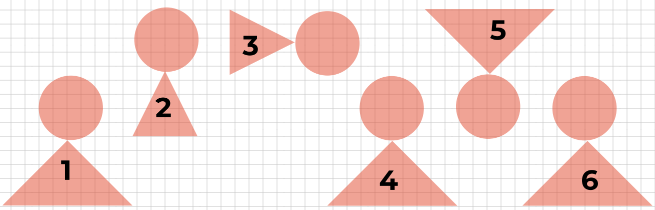
1. Uma translação transforma um segmento de reta noutro segmento de reta paralelo ao primeiro e com o mesmo comprimento.

2. Uma translação transforma um ângulo noutro ângulo com a mesma amplitude que o primeiro .

3. Uma translação transforma uma figura noutra geometricamente igual.

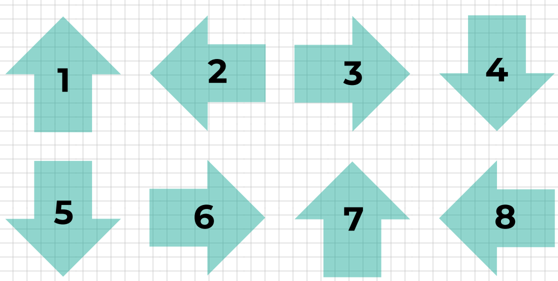
ATIVIDADES

1. Observa a figura 1 e diz, justificando, quais são das figuras 2, 3, 4, 5 e 6 são imagens da figura por uma translação.

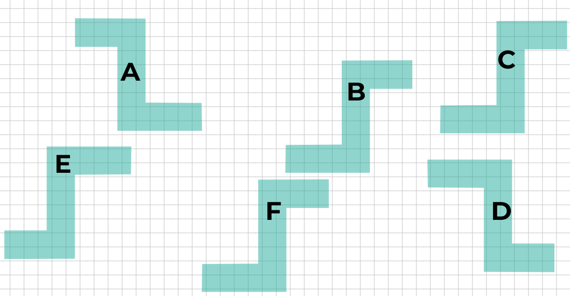


2. De entre as figuras 2.1 e 2.2, agrupa pares de figuras que se correspondam numa translação e caracteriza a respetiva translação.

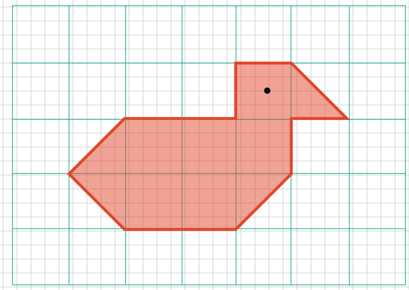
2.1.



2.2.



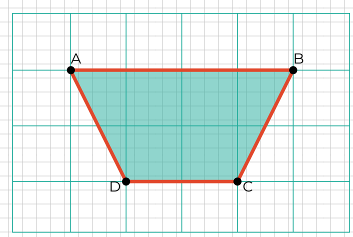
3. Determina a imagem do pato numa translação em que se desloque:



3.1 cinco quadrados para a direita;

3.2 três quadrados para baixo.

4. Considera o polígono [ABCD] .



4.1. Determina a imagem que resulta das translações de cinco unidades para a esquerda e quatro unidades para cima.

4.2. De acordo com as translações realizadas em 4.1, indica a imagem do:

4.2.1. ponto C; **4.2.2.** segmento [AD];

4.2.3. segmento [AB]; **4.2. 3.** segmento [BC];

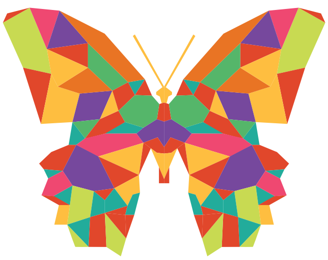
4.2.5. ângulo BCD; **4.2.6.** ângulo DAB.

SIMETRIA

Tal como as rotações, a simetria está presente em toda a parte, quer na natureza, nas artes e ainda na matemática.

Considera as figuras seguintes.

Quantos eixos de simetria podes observar em cada uma delas?



A

B

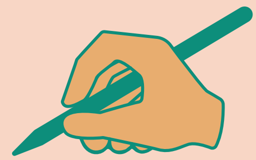
C

Certamente verificaste que nas figuras (A) e (C) foi possível traçar um único eixo de simetria, enquanto que na figura (B) foi possível traçar quatro eixos de simetria.

Na figura (A), por exemplo, ao traçares o eixo de simetria deves ter verificado que a figura ficou dividida em duas partes exatamente iguais, isto é se dobrares a figura pelo eixo, as asas da borboleta coincidem ponto por ponto. Então, isto permite-nos dizer que existe uma simetria na figura. O mesmo acontece nas fguras (B) e (C).

Neste capítulo, vamos estudar dois tipos de simetrias:

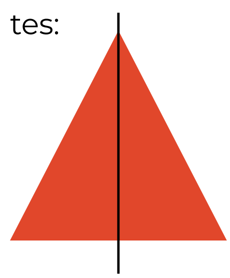
- **Simetria de reflexão;**
- **Simetria de rotação.**



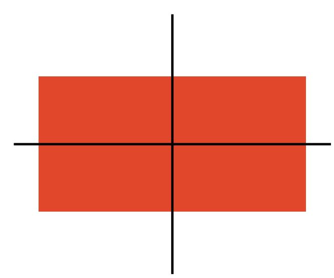
Uma figura tem ***simetria de reflexão*** se existir pelo menos uma reflexão, de eixo na figura, que transforma essa figura nela própria.

Uma figura pode ter uma ou mais simetrias de reflexão ou não ter nenhuma simetria de reflexão.

Considera como exemplos as figuras seguintes:



Tem uma simetria de reflexão



Tem duas simetrias de reflexão

Não tem simetrias de reflexão

Uma figura tem *simetria de rotação* se existir pelo menos uma rotação, de centro na figura, que transforma essa figura nela própria.

Uma figura pode ter 0, 1, 2, 3, 4, ... simetrias de rotação

EXEMPLOS

1. Desenha no teu caderno um triângulo:

1.1 equilátero

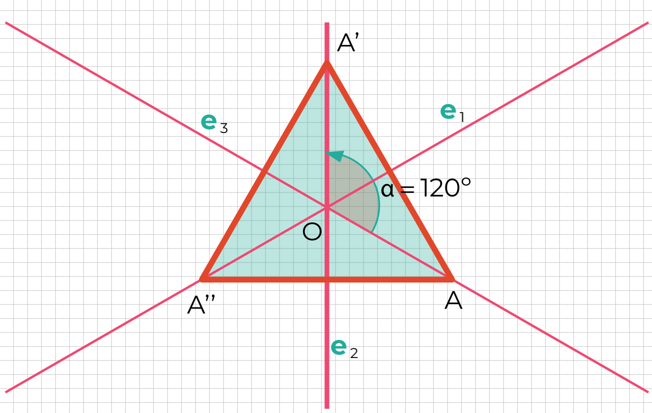
1.2 isósceles

1.3 escaleno

Quantas simetrias de reflexão e quantas simetrias de rotação tem cada uma dessas figuras?

Resolução:

1.1 Triângulo equilátero

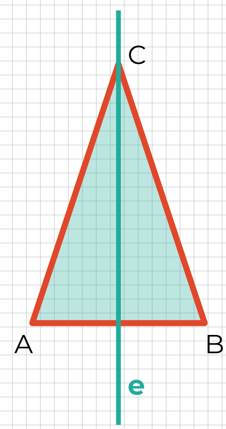


Tem três simetrias de reflexão de eixos, respectivamente, e_1, e_2 e e_3

Tem três simetrias de rotação.

O centro de rotação é o ponto O e as amplitudes dos ângulos de rotação são 120°, 240° e 360°.

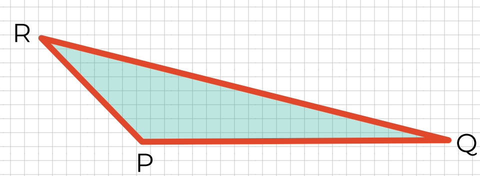
1.2 Triângulo isósceles



Tem uma simetria de reflexão de eixo **e**.

Não tem simetrias de rotação.

1.3 Triângulo escaleno



Não tem simetrias de reflexão.

Não tem simetrias de rotação.

Uma das aplicações das transformações geométricas é a construção de frisos e rosáceas.

Observa as figuras A e B.

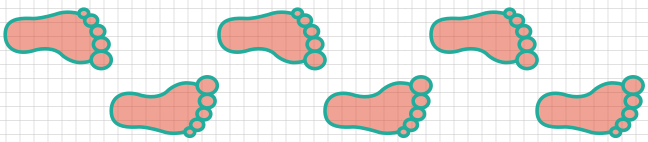


Figura A

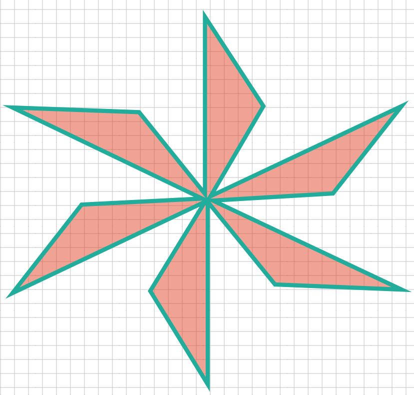


Figura B

Identifica a figura que representa um friso e a que representa uma rosácea.

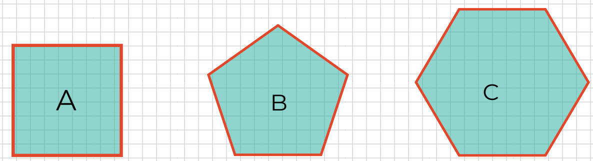
Recorda que:

Um friso é uma figura plana qualquer, constituída a partir de um motivo (padrão) por sucessivas simetrias de translação.

Rosácea é toda a figura plana constituída por simetrias de rotação com o mesmo centro e de reflexão, por um número finito de elementos.

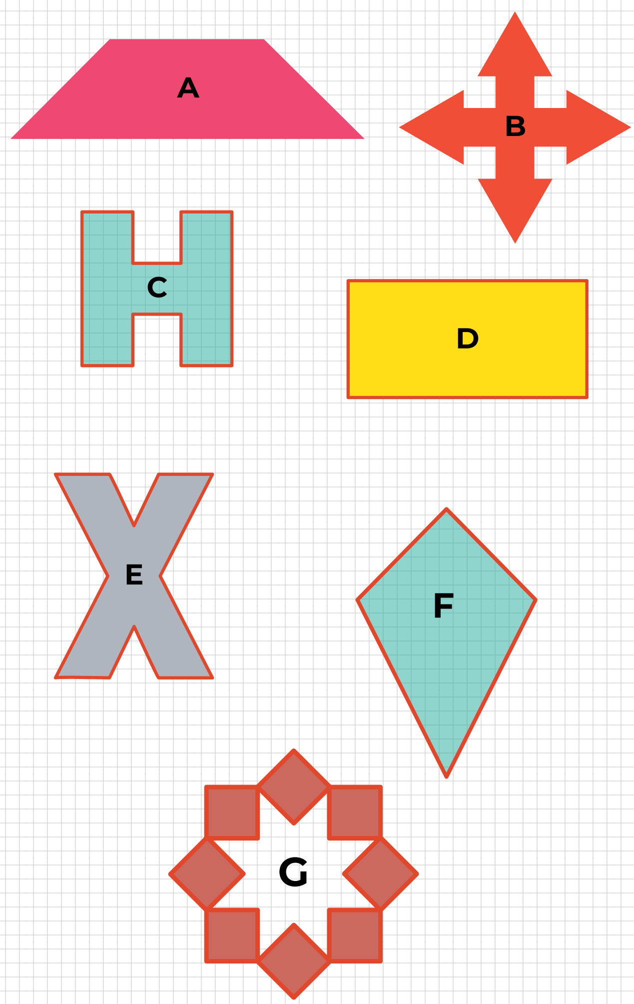
ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Observa cada um dos polígonos regulares.



Quantas simetrias de refexão e de rotação tem cada um desses polígonos?

2. Considera as seguintes figuras.



Utilizando as letras, indica as que têm:

2.1. pelo menos uma simetria de reflexão;

2.2. duas (e apenas duas) simetrias de rotação;

2.3. duas (e apenas duas) simetrias de reflexão;

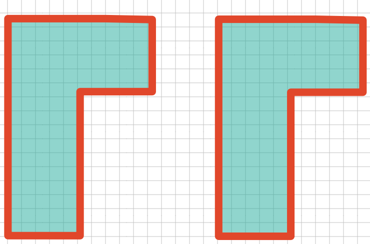
2.4. quatro (e apenas quatro) simetrias de rotação;

2.5. uma simetria de reflexão, mas não tem simetria de rotação;

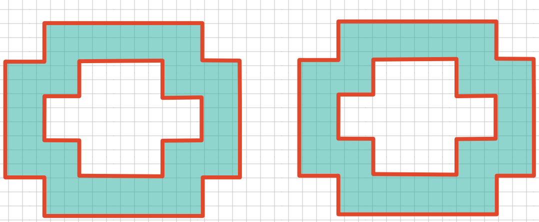
2.6. mais de quatro simetrias de rotação.

3. Completa as seguintes sequências:

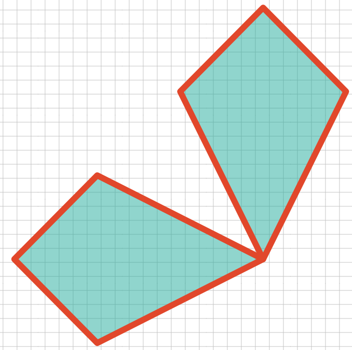
3.1



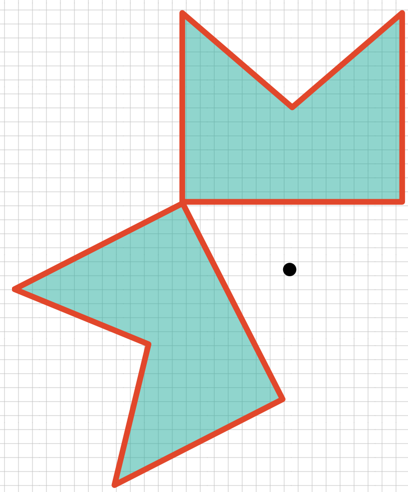
3.2

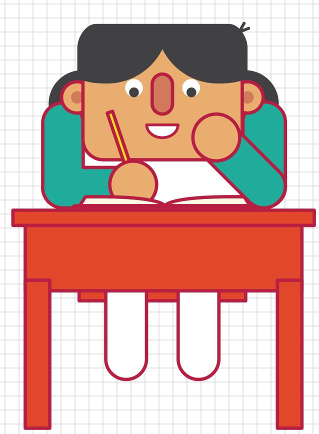


3.3



3.4

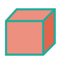


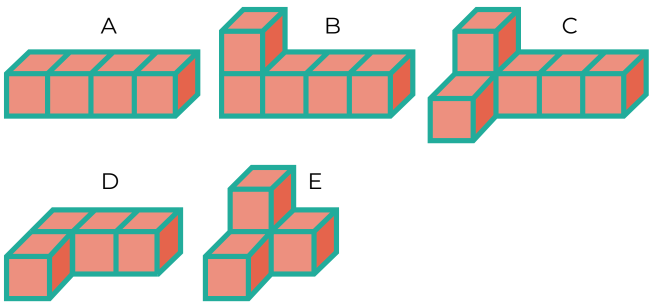


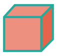
VOLUME DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Neste capítulo vamos aprofundar os conhecimentos sobre o volume de sólidos adquiridos nos anos anteriores.

EXEMPLO:

O João fez várias construções, utilizando sempre peças iguais a  para formar os sólidos. Eis alguns dos seus trabalhos.



Dos sólidos representados, indica os que foram construídos com o mesmo número de  (cubinhos). Estes são sólidos equivalentes.

Observando as construções feitas pelo João, indica as que têm o mesmo volume, considerando como unidade um cubinho.

Conclui-se que os sólidos A e E têm o mesmo volume, neste caso 4 cubinhos.

Indica o volume dos restantes sólidos, considerando a mesma unidade de medida definida.

UNIDADES DE VOLUME DO SISTEMA MÉTRICO

Nos anos anteriores, para exprimir a medida de um comprimento ou a medida de uma área, tiveste a necessidade de escolher unidades universalmente adotadas. O mesmo acontece relativamente à unidade de medida de um volume.

Foi adotada, como unidade fundamental de medida de volume, ***o metro cúbico,*** definido a partir da unidade fundamental de comprimento, ***o metro***.

Dois sólidos são ***equivalentes*** quando por composição ou decomposição um pode resultar no outro.

Dois sólidos são ***equivalentes*** quando têm o mesmo volume.

Metro cúbico (m^3) é o volume de um cubo cuja aresta tem um metro (1 m) de comprimento.

De maneira idêntica se definem os múltiplos e os submúltiplos do metro cúbico, como podes ver na tabela seguinte.

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
quilómetro cúbico	hectómetro cúbico	decâmetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
$1km^3=1000\ hm^3$	$1hm^3=1000\ dam^3$	$1dam^3=1000\ m^3$	$1m^3$	$1dm^3=\frac{1}{1000}\ m^3$	$1cm^3=\frac{1}{1000}\ dm^3$	$1mm^3=\frac{1}{1000}\ cm^3$

Para medir volumes de sólidos, podemos utilizar medidas de volume ou medidas de capacidade. As medidas de capacidade utilizam-se para medir volumes internos de vasilhames.

MEDIDAS DE CAPACIDADE

No sistema métrico, a principal unidade de medida de capacidade é o litro (*l*).

Observa o quadro seguinte, onde estão registadas as várias unidades de capacidade, os respetivos símbolos, bem como a relação que existe entre elas.

kl	*hl*	*dal*	*l*	*dl*	*cl*	*ml*
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
$1kl=10hl$	$1hl=10\ dal$	$1dal=10\ l$	$1\ l$	$1dl=\frac{1}{10}\ l$	$1cl=\frac{1}{10}\ dl$	$1ml=\frac{1}{10}\ cl$

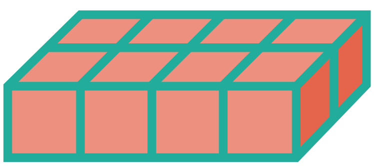
1 litro = 1 decímetro cúbico

$1l = 1dm^3$

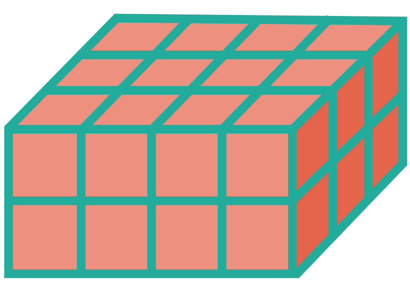
VOLUME DE UM CUBO. VOLUME DE UM PARALELEPÍPEDO.

Vais agora aprender a calcular o volume de um paralelepípedo retângulo.

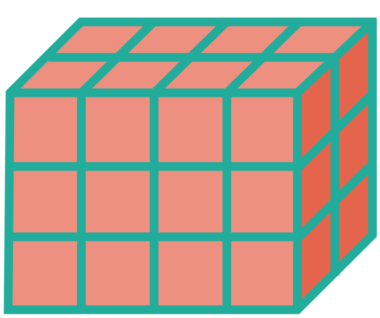
Para isso, observa os paralelepípedos retângulos A, B e C representados na figura; cada um deles composto por cubos cuja aresta tem 1 *cm* de comprimento.



A



B



C

Completa os espaços de acordo com as informações das figuras.

(A) o paralelepípedo retângulo A é formado por ...... cubos, cujo volume é 1 cm^3 . O volume de A é, pois , ... cm^3.

(B) o paralelepípedo retângulo B é formado por ...... cubos, cujo volume é 1 cm^3. O volume de B é, pois , ... cm^3.

(C) o volume do paralelepípedo retângulo C é ...... cm^3.

A partir da observação dos sólidos A, B e C e de acordo com as respostas anteriores, completa o quadro seguinte:

Sólidos representados	**Medida das dimensões em cm**			***c × l × a***	**Medida do volume em cm^3**
	c	*l*	*a*		
A					
B					
C					

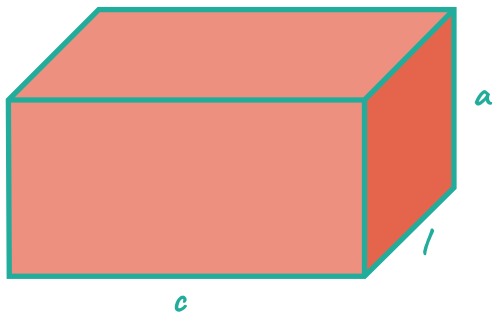
Compara os valores registados nas duas últimas colunas. Que concluis?

....

....

Sendo *c* , *l* e *a* as medidas, na mesma unidade, das três dimensões de um paralelepípedo retângulo, comprimento, largura e altura, respetivamente, a medida V do seu volume é $c \times l \times a$, na unidade de volume correspondente.

Então, para calcular o volume de um papalelepípedo retângulo, multiplica-se o seu comprimento pela sua largura e pela sua altura.



Volume do paralelepípedo retângulo $= c \times l \times a$
e representa-se por:

$V = c \times l \times a$ ou

$V =$ **área da base × altura** pois, repara que a área da base do paralelepípedo é $c \times l$.

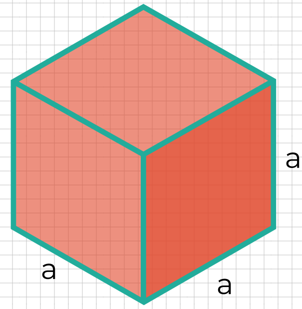
Como sabes, o cubo é um caso particular do paralelepípedo retângulo, em que as dimensões são iguais, quando expressas na mesma unidade de comprimento, isto é:

$c = l = a$

Logo podemos concluir que:

Sendo a a medida do comprimento da aresta de um cubo, numa determinada unidade, a medida V do seu volume é $a \times a \times a = a^3$ na correspondente unidade de volume.

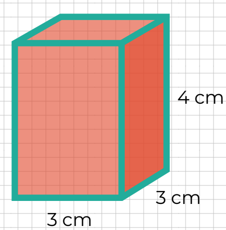
Volume do cubo $= a \times a \times a$ ou $V = a^3$



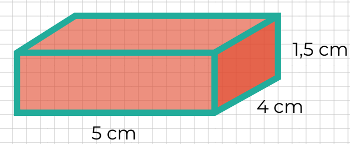
EXEMPLOS:

1. Calcula o volume de cada um dos sólidos representados.

1.1



1.2



2. Calcula o volume de um cubo com:

2.1 3 cm de aresta; **2.2** 0,1 dm de aresta.

RESOLUÇÃO:

Tendo em conta que já conhecemos as fórmulas para o cálculo do volume do paralelepípedo retângulo e do cubo, vem que:

1.1. $V=(3\times3\times4)\ cm^3$
$=36\ cm^3$

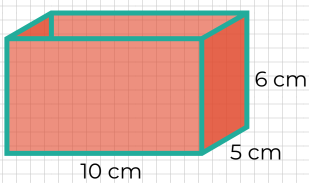
1.2. $V=(5\times4\times1{,}5)\ cm^3$
$=30\ cm^3$

2.1 $V=(3\times3\times3)\ cm^3$
$=27\ cm^3$

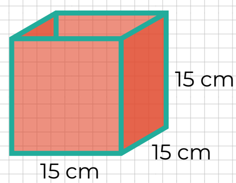
2.2 $V=(0{,}1\times0{,}1\times0{,}1)\ dm^3$
$=0{,}001\ dm^3$

3. Calcula, em litros, a capacidade dos recipientes seguintes:

3.1



3.2



RESOLUÇÃO:

Sabendo que a capacidade é a medida do volume interno, observa:

3.1 $V=(10\times5\times6)\ cm^3$

$=300\ cm^3$

$=0{,}3\ dm^3$

Tendo em conta que $1\ dm^3 = 1l$, podemos concluir que a capacidade é $0{,}3 \times 1 = 0{,}3$ l

3.2 $V=(15\times15\times15)\ cm^3$

$=3375\ cm^3$

$=3{,}375\ dm^3$ Portanto a capacidade do recipiente é de 3,375 l

VOLUME DE UM CILINDRO

Aprendeste que para calcular os volumes do cubo e do paralelepípedo, basta multiplicar a área base pela altura. O mesmo se passa com o volume de um cilindro.

Dado um cilindro de raio da base r e altura a, para calcular o seu volume, utilizamos a mesma fórmula: $V = A_b \times a$, em que A_b é a medida da área da base e a é a altura.

A diferença é que, neste caso, a base é um círculo. Como a área de um círculo de raio r é dada por: $\pi \times r^2$, então $A_b = \pi \times r^2$

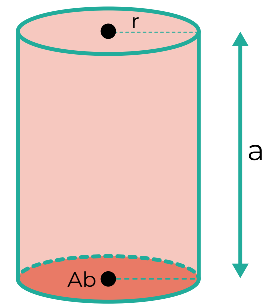
Portanto:

Volume do cilindro

= área da base x altura

$V = A_b \times a$ ou

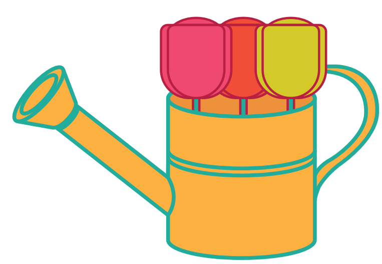
$V = (\pi \times r^2) \times a$

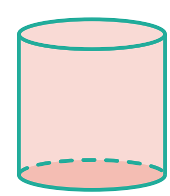


EXEMPLO:

A Joana gosta de reciclar objetos antigos. Um dos trabalhos foi transformar em jarra de flores um antigo regador que a mãe tinha em casa. Dentro do regador, que decorou previamente, colocou um recipiente em vidro, com a forma de um cilindro.

A figura abaixo, representa o modelo desse recipiente.





Determina a capacidade do recipiente em vidro, sabendo que a medida do raio da base é de 6 cm e a altura 10 cm. Usa 3,14 para valor aproximado de π e apresenta a resposta com aproximação às décimas do litro.

RESOLUÇÃO:

Sando que 1dm^3 = 1l, vamos calcular, em dm^3, o volume do cilindro.

6 cm = 0,6 dm ; 10 cm= 1 dm

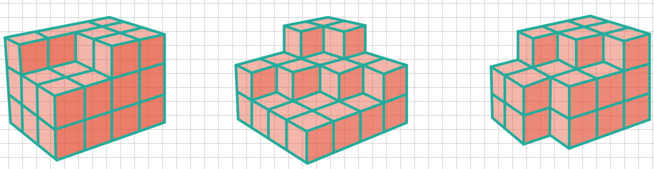
$V = \pi \times r^2 \times a$

$V=(3{,}14 \times 0{,}6^2 \times 1)$ dm^3

$V=1{,}1304$dm^3 = 1,1304l

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Tomando como unidade de medida um cubinho, escreve a medida do volume dos sólidos.



A B C

A - ______________

B - ______________

C - ______________

2. O Carlos construiu cinco sólidos com cubinhos, como mostra a figura 1.

Em seguida, desmontou quatro dos sólidos e com os cubinhos construiu o cubo representado na figura 2.

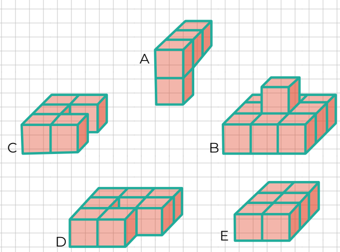


Figura 1

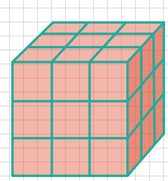


Figura 2

Qual dos sólidos não foi utilizado nabconstrução do cubo?

(A) Sólido A **(B)** Sólido B

(C) Sólido C **(D)** Sólido D

3. Completa as igualdades seguintes.

3.1. 2 m^3 = ______________________________dm^3

3.2. 123 cm^3 = __________________________mm^3

3.3. 2,56 dam^3 = __________________________m^3

3.4. 5,367 dm^3 = ______________________________l

3.5. 3,8 cm^3 = ______________________________dl

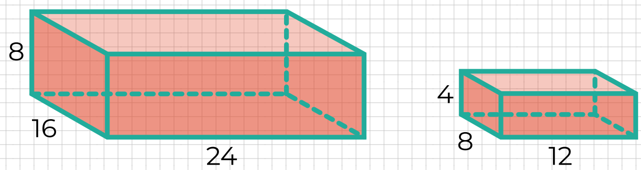
3.6. 127 800 m^3 = _______________________hm^3

3.7 44 dm^3 = ______________________________cl

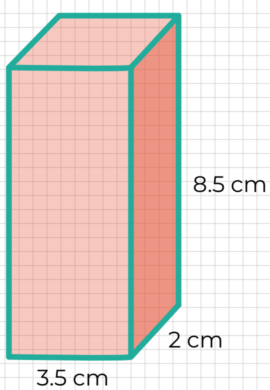
3.8 2 ml = __________________________________l

3.9 8275 ml = ____________________________m3

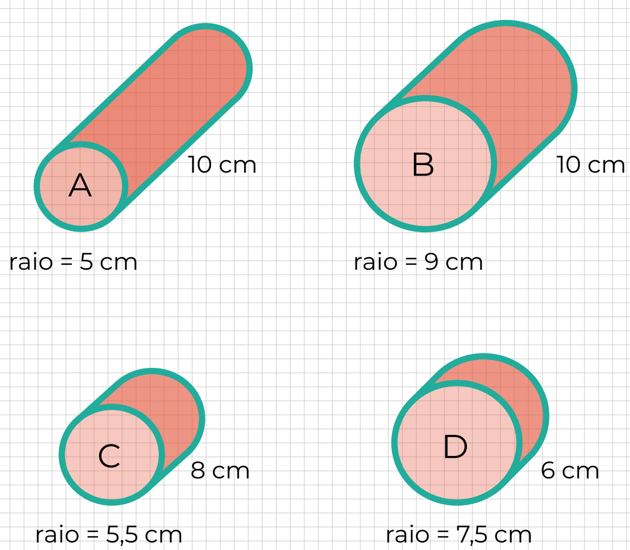
4. Observa a figura seguinte. Quantas caixas pequenas cabem na caixa grande?



5. Verifica se o cubo e o paralelepípedo são equivalentes e justifica a tua resposta.



6. Calcula o volume de cada um dos cilindros. Considera 3,14 para valor aproximado de π e apresenta o resultado, em centímetros cúbicos, com aproximação às décimas.



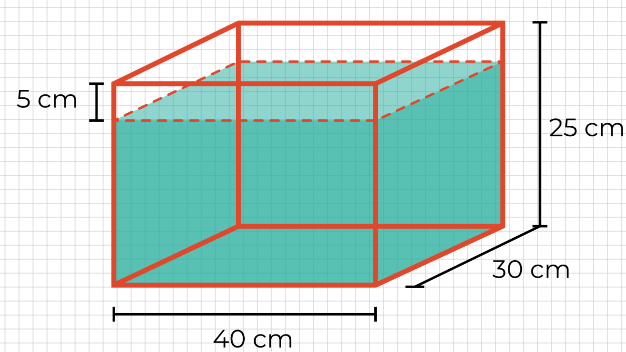
PROBLEMAS:

1. Qual o volume de um paralelepípedo de 7 cm de comprimento, 5 cm de altura e 3 cm de largura?

2. As dimensões de um paralelepípedo são 3 cm, 0,04 m e 0,5 dm. Qual é o seu volume?

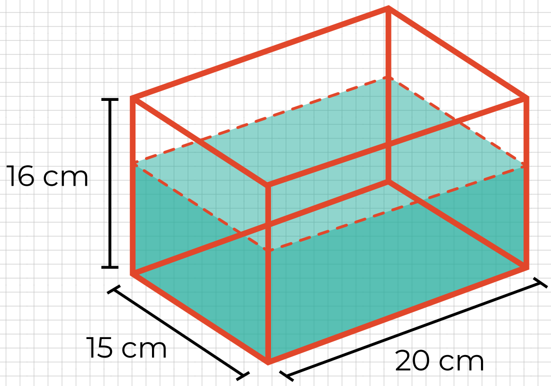
3. Calcula o volume de um paralelepípedo cuja base mede 16 cm^2 e altura 4 cm.

4. O aquário representado na figura abaixo, tem a forma de um paralelepípedo retângulo. O nível da água está 5 cm abaixo da borda.



Determina o volume de água do aquário.

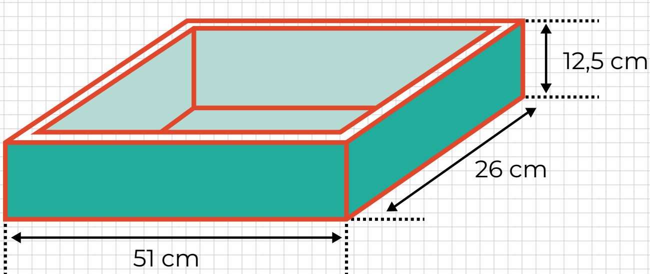
5. Um recipiente com a forma de um paralelepípedo tem as dimensões indicadas na figura abaixo. 3/4 da capacidade do recipiente foi ocupada com água.



5.1. Calcula a altura da água.

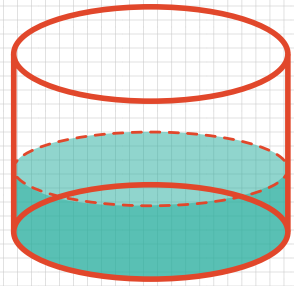
5.2. Calcula, em litros, o volume.

6. Uma caixa sem tampa é feita de madeira de 0,5 cm de espessura. Depois de pronta, observa que as medidas externas da caixa são 51 cm; 26 cm e 12,5 cm, conforme mostra a figura.



Determina a capacidade (o volume interno) dessa caixa, em metros cúbicos.

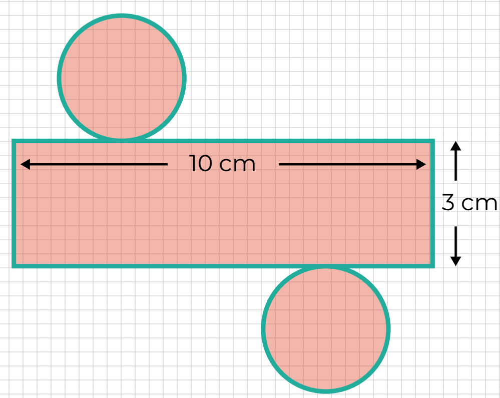
7. Um depósito cilíndrico tem 235,5 dm^3 de volume e 15,7 dm^2 de área da base.



7.1 Qual é a altura do depósito?

7.2 Quantos litros de água tem o depósito, se este está com água até 1/3 da sua capacidade?

8. A figura seguinte representa a planificação da superfície de um cilindro.



8.1 Qual é a medida da altura do cilindro?

8.2 Determina o perímetro da planificação do cilindro.

8.3 Determina a área da planificação do cilindro. (Utiliza 3,14 para valor aproximado de π.)

8.4 Determina o volume, em centímetros cúbicos, do cilindro.

UNIDADE 3

ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

UNIDADE 3

ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

- Tabelas de frequências (frequência absoluta e frequência relativa)
- Medidas de tendência central de dados simples (média, moda e mediana).

OBJETIVOS:

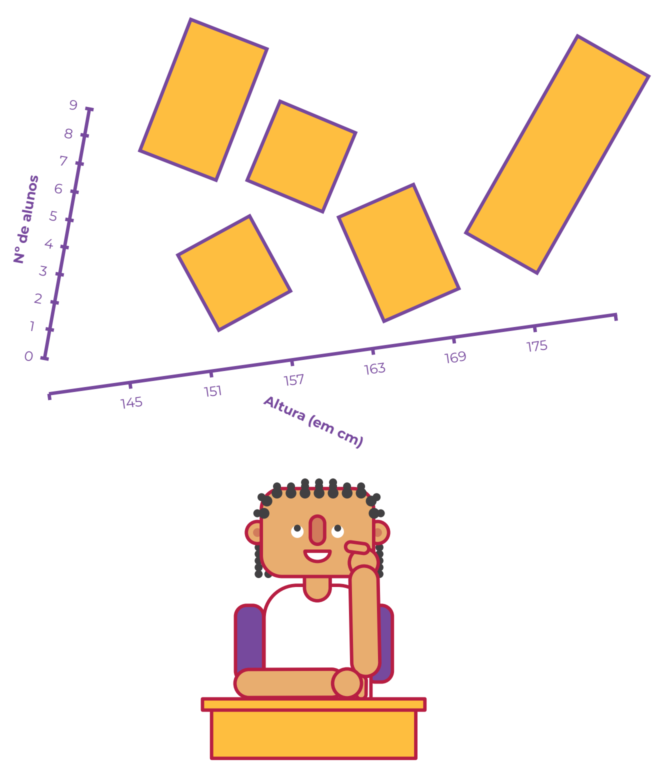
- Indicar a frequência de um acontecimento;
- Construir tabelas de frequências absolutas e relativas de dados agrupados;
- Calcular a média aritmética;
- Indicar a moda;
- Determinar a mediana;
- Tirar conclusões a partir da análise da informação e fazer conjeturas.

NOTA HISTÓRICA

Desde os tempos muito antigos os Homens começaram a fazer estudos sobre a população (os censos), mas a Estatística só começou a desenvolver-se no início do século passado. A sua importância tem vindo a aumentar e atualmente ela é indispensável em todas as ciências.

A Estatística é o ramo da Matemática que suporta os estudos relativamente à recolha de dados, sua organização e análise.

TABELAS DE FREQUÊNCIAS (FREQUÊNCIA ABSOLUTA E FRQUÊNCIA RELATIVA)



ATIVIDADES DE REVISÃO

Como vimos no 5º Ano, uma das finalidades da Estatística é recolher informação, organizá-la e apresentá-la de modo a ser interpretada com facilidade.

Para te recordares dos conceitos, vamos começar por resolver alguns exercícios de revisão.

1. As idades dos alunos de uma escola que assitiram, num determinado dia, a uma peça de teatro estão aqui representadas:

10	11	10	11	12
12	11	13	13	11
14	10	10	10	12
10	11	14	13	13
11	13	12	11	13

1.1. Indica a variável em estudo.

1.2. Organiza os dados numa tabela de frequências absolutas e relativas.

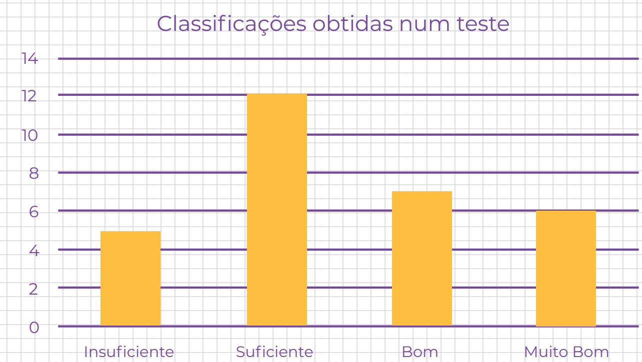
1.3. Quantos alunos assistiram a peça de teatro?

1.4. Quantos alunos de 13 anos assistiram a peça?

1.5. Que percentagem de alunos tem 10 anos?

1.6. Representa os dados graficamente.

2.. O gráfico seguinte representa as classificações obtidas num teste, numa turma do 6º Ano de escolaridade.



2.1. Quantos alunos tem a turma?

2.2. Quantos alunos obtiveram a classificação suficiente?

2.3. Representa os dados num gráfico circular.

MÉDIA, MODA E MEDIANA DE DADOS SIMPLES

Frequentemente ouvimos expressões do tipo:

- “A temperatura **média**, ontem, foi de 25°C, em Cabo Verde”.
- “A **média** de golos de uma jornada de futebol, foi de 3”.
- “No Verão passado, em Cabo Verde, a cor azul, foi a **moda**”.
- “A idade **mediana** dos alunos do meu agrupamento escolar é 14 anos”.

Quando estamos perante um conjunto de dados estatísticos, interessa-nos saber se estes estão dispersos, ou seja, se são muito diferentes, ou se estão concentrados em torno de algum valor central, isto é, se estão próximos desse valor. As medidas estatísticas que nos dão essa informação sobre esse valor são a **média**, a **moda** e a **mediana**.

MÉDIA ARITMÉTICA

O Pedro registou as classificações obtidas nos quatro primeiros testes do trimestre:

Disciplina	L.Portuguesa	Matemática	H.G.C.V	C.T.V
Nota	15	16	17	16

Qual foi a média dos quatro testes?

Repara que: $\frac{15 + 16 + 17 + 16}{4} = \frac{64}{4} = 16$

Média Aritmética (M) de um conjunto de dados estatísticos é o quociente entre a soma de todos os dados numéricos e o total das observações.

A média aritmética só pode ser obtida para valores quantitativos.

EXEMPLO

Calcula a média dos dados:

8	12	14	8	6
7	10	10	15	

RESOLUÇÃO

Como vimos acima, calcula-se a soma de todos os números dados e divide-se pelo número de registos (9).

$$M = \frac{8 + 12 + 14 + 8 + 6 + 7 + 10 + 10 + 15}{9}$$

$$M = \frac{90}{9} = 10$$

Logo, a média é igual a 10.

MODA

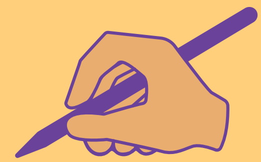
O número de membros do agregado familiar dos habitantes de um prédio com 8 apartamentos era:

4	3	8	2	2	1	4	4

Quantos agregados familiares há com quatro membros? E com dois?

Repara que o que se verificou mais vezes foi encontrar famílias com quatro membros.

Diz-se que neste conjunto de dados *4* é a ***moda.***



Num conjunto de dados chama-se moda (M_o) ao dado que ocorre com maior frequência.

A moda pode referir-se a um conjunto de dados quantitativos (numéricos) ou qualitativos (não numéricos) como idade, equipa preferida, cor, nacionalidade de um grupo de pessoas, etc.

EXEMPLOS:

1. Relativamente às letras da palavra ANONA as modas são as letras A e N.

2. No conjunto de dados (as vogais)

a	e	i	o	u

A moda não existe. Porquê?

MEDIANA

Para além da média e da moda vai-se estudar também a mediana de um conjunto de dados. Consideremos as notas de dois alunos (do 4º e 5º anos), no primeiro trimestre:

Aluno do 4º Ano:

15	13	14	17	16

Aluno do 5ºAno:

12	15	16	14	13	17

Se organizarmos os valores das notas obtidas pelo aluno do 4° Ano, por ordem crescente:

13 14 **15** 16 17

15 é o valor que está no meio da lista ordenada das notas. Por isso, 15 é a mediana desses cinco dados.

Se organizarmos os valores das notas obtidas pelo aluno do 5° Ano, por ordem crescente:

12	13	**14**	**15**	16	17

Sendo neste caso o número de observações, um número par, estão dois dados no meio da lista ordenada das notas. Assim, a mediana é a ***soma dos dois valores centrais, a dividir por 2.***

$M_d = \frac{14 + 15}{2} = 14,5$

Mediana (M_d) é o dado numérico situado no meio ou no centro de um conjunto de dados ordenados.

NOTA:

- Quando o número de observações é impar a mediana é o valor que ocupa a posição central no conjunto de dados ordenados.
- No caso do número de observações ser par, a mediana calcula-se fazendo a média aritmética dos dois valores centrais.

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. O conjunto de dados seguinte representa os pesos (em Kg) de 10 alunos.

40	48	46	40	50
53	40	55	47	50

Calcula:

1.1. A média **1.2.** A moda **1.3.** A mediana

2. A quantidade de livros vendidos por uma livraria durante uma semana foi registada na tabela seguinte:

2ª Feira	3ª Feira	4ª Feira	5ª Feira	6ª Feira	Sabádo
15	23	22	27	22	25

2.1. Calcula, com aproximação às décimas, a média diária de vendas.

2.2. Em que dia da semana houve maior venda de livros?

3. Determina a média, a moda e a mediana dos seguintes conjuntos de valores:

3.1	2,3	2,1	1,5	1,9
	3,0	1,7	1,2	2,1
	2,5	1,3	2,0	2,7
	0,8	2,3	2,1	1,7

3.2	37	38	33	42	35
	42	36	28	37	35
	33	40	36	35	37

4. As idades dos 11 alunos de uma turma de matemática são respetivamente iguais a:

11	11	11	12	12	13
13	13	13	15	16	

A moda e a mediana desses valores correspondem a:

(A) 12 e 11 **(B)** 15 e 12

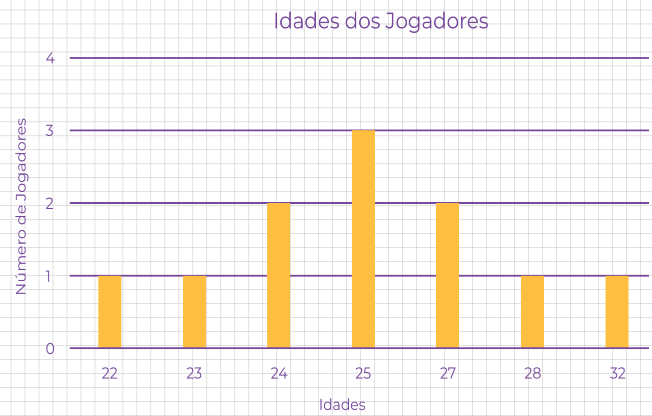
(C) 13 e 13 **(D)** 11 e 13

5. Considera um grupo formado por cinco amigos com idade de 13, 13, 14, 14 e 15 anos. O que acontece com a média de idade desse grupo, se um sexto amigo com 16 anos juntar-se ao grupo?

Seleciona a opção correta:

(A) Permanece a mesma.
(B) Aumenta um ano.
(C) Diminui um ano.
(D) Aumenta menos de um ano.

6. O gráfico seguinte representa as idades dos jogadores de uma equipa de futebol.

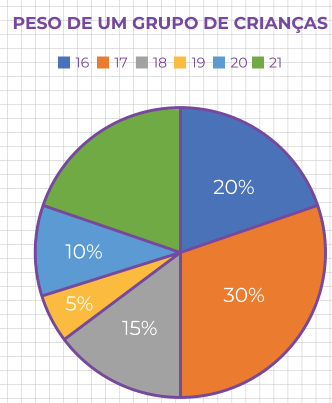


6.1 Determina a média das idades.

6.2 Indica a moda.

6.3 Indica a mediana.

7. O gráfico representa o peso (em kg) de um grupo de 20 crianças que participou numa deterimanada atividade.

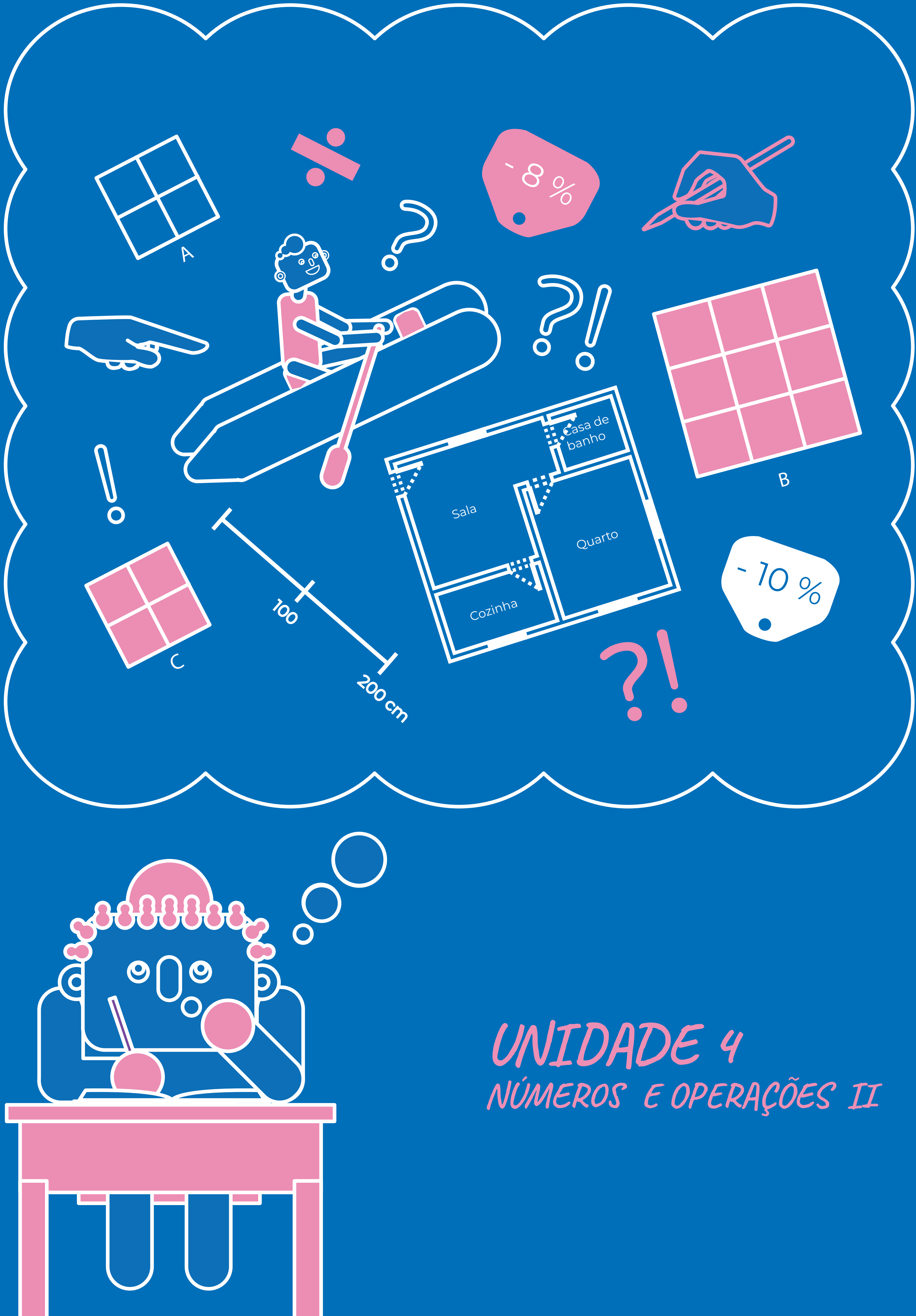


7.1 Constrói uma tabela de frequências absolutas.

7.2 Calcula o peso médio dessas crianças.

7.3 Indica a moda.

7.4 Calcula a mediana desta distribuição.



UNIDADE 4

NÚMEROS E OPERAÇÕES II

UNIDADE 4
NÚMEROS E OPERAÇÕES II

RAZÕES;
PROPORÇÕES;
PROPORCIONALIDADE DIRETA;
ESCALA;
PERCENTAGENS;
JUROS SIMPLES.

OBJETIVOS:

- Escrever a razão de duas quantidades dadas;
- Formar proporções;
- Identificar uma proporção como uma identidade de duas razões;
- Utilizar a identidade fundamental das proporções na resolução de problemas;
- Calcular um meio ou um extremo de uma proporção conhecendo os outros elementos da proporção;
- Verificar se duas grandezas são diretamente proporcionais;
- Reconhecer situações de proporcionalidade direta;
- Determinar a constante de proporcionalidade entre duas grandezas diretamente proporcionais;
- Determinar o valor de uma grandeza sendo conhecida a constante de proporcionalidade e o valor correspondente da outra grandeza;
- Resolver problemas que envolvem o conceito de proporcionalidade direta;

- Compreender a noção de percentagem e relacionar diferentes formas de representar uma percentagem;
- Traduzir uma fração por uma percentagem e interpretá-la como o número de partes em 100;
- Calcular e usar percentagens;
- Escrever uma percentagem na forma de fração ou na forma decimal;
- Interpretar uma percentagem num dado contexto;
- Interpretar gráficos de barras e gráficos circulares relativos a percentagens;
- Construir gráficos circulares relativos a percentagens;
- Resolver problemas ligados à vida real que envolvem a aplicação da percentagem;
- Interpretar uma escala;
- Determinar a escala de uma figura conhecendo as medidas reais e da representação;
- Calcular distâncias reais utilizando a escala;
- Calcular o juro simples de determinado capital ao fim de um certo tempo.

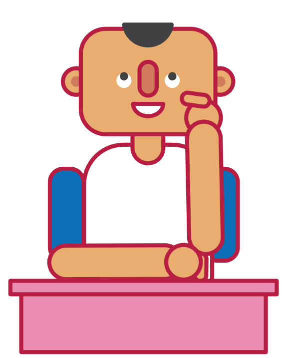
NOTA HISTÓRICA

As definições de razão e de proporcionalidade encontram-se descritas desde a antiguidade. Na obra – Teoria das Proporções- , escrita pelo matemático grego Euclides, a razão surge definida como uma relação quantitativa que diz respeito a grandezas da mesma espécie e a proporcionalidade é apresentada como uma igualdade entre duas razões.

As percentagens já são utilizadas desde o fim do século XV em problemas de negócios, em cálculos de perdas e ganhos e de taxas.

Mas a ideia de percentagem é muito mais antiga. No tempo do imperador romano Augusto, os soldados passaram a descontar uma parte do seu salário. Este valor era calculado segundo uma taxa chamada *centesima rerum venalium.*

A razão desta taxa era de 1 para 100. Mais tarde, outros romanos utilizaram outras razões para calcular taxas sobre os salários.



RAZÕES

A Carla e o Manuel participaram num concurso de Olimpíadas de Matemática para apurar o representante da escola.

Nas sessões de preparação verificou-se o seguinte:

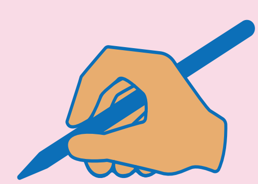
	Número de questões	Número de respotas certas
Carla	20	8
Manuel	30	15

Qual deles deverá ser selecionado?

Para responder a questão, podes comparar: $8 \div 20$ com $15 \div 30$

Em que $8 \div 20$ e $15 \div 30$, representam as razões entre o número de respostas certas e o número de questões.

Repara que a segunda é maior que a primeira.



Uma ***razão*** é o quociente de dois números ou o quociente de duas quantidades comparáveis.

A razão entre a para b escreve-se

$a \div b$ ou $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$.

Na razão $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, a é o *antecedente* e b é o *consequente*.

Antecedente
↑
$\frac{a}{b}$ Termos da razão
↓
Consequente

Observa que uma fração é uma razão.

Numa razão $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, a ou b ou ambos podem ser números racionais.

Por exemplo: $\frac{3{,}5}{7}$ e $\frac{5}{8}$ são duas razões. Indica o antecedente, o consequente e os termos de cada uma.

PROBLEMA

Uma máquina produz 100 blocos em 5 minutos.

Determina a razão que indica quantos blocos são produzidos por minuto.

RESOLUÇÃO

Repara que a razão $\frac{100}{5}$ é igual à razão $\frac{20}{1}$

$\frac{100}{5} = \frac{20}{1}$. Justifica.

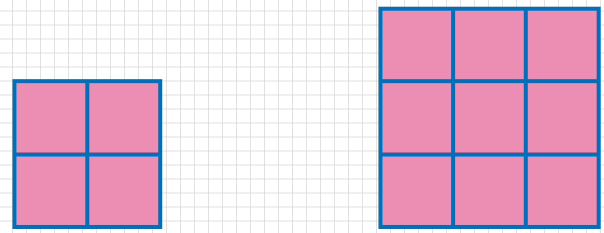
Uma razão simplifica-se do mesmo modo que uma fração.

A máquina produz na razão de 20 blocos por minuto.

A razão é $20 \div 1$

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Observa as figuras:



A B

Escreve a razão entre o número de quadrados representados na figura A e o número de quadrados representados na figura B.

2. A Joana tem 12 anos. Os irmãos, Rafael e Jaime, têm, respetivamente, 10 e 7 anos. Escreve a razão entre:

2.1. A idade do Rafael e a idade da Joana.

2.2. A idade da Joana e a idade do Jaime.

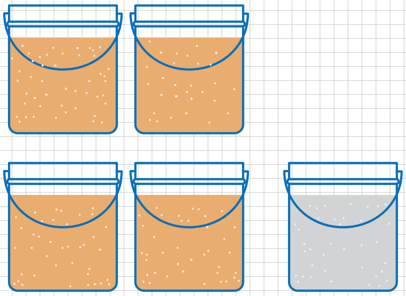
3. Escreve duas razões equivalentes a:

3.1. $\frac{5}{8}$ 3.2. $3 \div 0{,}2$ 3.3. $2{,}5 \div 2$

4. Escreve, na forma mais simples, cada uma das seguintes razões:

4.1. $8 \div 12$ 4.2. $40 \div 15$ 4.3. $12 \div 6$

5. O António trabalha na construção civil. Para fazer uma parede, ele precisa de uma massa composta por cimento e areia. Para isso ele usa quatro baldes de areia para um balde de cimento.



5.1. Escreve a razão entre:

5.1.1. o número de baldes de cimento e de areia:

5.1.2. o número de baldes de areia e de cimento.

5.2. O António vai usar cinquenta baldes de cimento. Quantos baldes de areia vai precisar para misturar com o cimento?

PROPORÇÕES

A Margarida e a Inês decidiram dar um passeio com os seus cães. A Margarida pesa 30 kg e o seu cão, 10 kg. A Inês, por sua vez, pesa 24 kg e o seu cão, 8 kg.

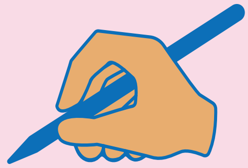
Observa a razão entre o peso das duas meninas:

$\frac{30}{24} = \frac{5}{4}$

Observa, agora , a razão entre o peso dos cães:

$\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

Verificamos que as duas razões são iguais. Neste caso, dizemos que a igualdade $\frac{30}{24} = \frac{10}{8}$ é uma *proporção*.



Uma ***proporção*** é uma igualdade entre duas razões.

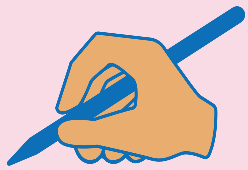
Se as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ (b≠0 e d≠0) são iguais, então $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $a \div b = c \div d$ é uma *proporção.*

a, b, c e d são os termos da proporção, sendo a e d os extremos e b e c os meios.

$$\begin{array}{rcl} \text{Extremo} \rightarrow a & & c \leftarrow \text{Meio} \\ & \overline{} = \overline{} & \\ \text{Meio} \rightarrow b & & d \leftarrow \text{extremo} \end{array}$$

Lê-se "a está para b assim como c está para d."

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES



Em qualquer proporção o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Na proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ temos que

$a \times d = b \times c$

Na proporção $\frac{30}{24} = \frac{10}{8}$ temos $30 \times 8 = 24 \times 10$

EXEMPLO

Verifica em cada caso se as duas razões formam uma proporção:

1. $\frac{3}{4}$; $\frac{9}{12}$ 2. $\frac{0,6}{3}$; $\frac{1}{2}$

RESOLUÇÃO:

Vamos aplicar a propriedade fundamental das proporções:

1. $\frac{3}{4} \stackrel{?}{=} \frac{9}{12}$; $3 \times 12 = 4 \times 9$

$48 = 48$

$\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$ formam uma proporção.

2. $\frac{0,6}{3} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2}$; $0,6 \times 2 = 3 \times 1$

$1,2 \neq 3$

$\frac{0,6}{3}$ e $\frac{1}{2}$ não formam uma proporção.

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Considera a proporção:

$\frac{4}{1} = \frac{12}{3}$

1.1. Na proporção indica os meios e os extremos.

1.2. Escreve a leitura da proporção.

1.3. Aplica a propriedade fundamental das proporções.

2. Com os números 10, 8, 5 e 16 forma proporções de modo que:

2.1. Cinco seja um extremo.

2.2. Dezasseis seja um meio.

2.3. Oito seja um antecedente.

3. Verifica se cada par de razões forma uma proporção:

3.1. $\frac{5}{3}$ e $\frac{10}{7}$ 3.2. $\frac{21}{15}$ e $\frac{14}{10}$ 3.3. $12 \div 10$ e $6 \div 5$

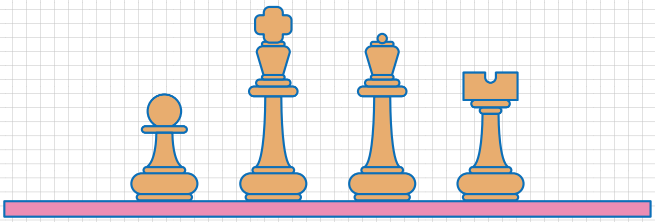
4. Procura uma proporção com os números que a seguir se indicam:

4.1. 3, 4, 9 e 12

4.2. 10, 3, 30 e 100

4.3. 5, 18, 10 e 6

5. Quatro amigos participaram no fim de semana num campeonato de xadrez..



Observa o quadro seguinte, onde figuram os resultados por eles obtidos:

Candidato	Partidas jogadas	Partidas ganhas
A	20	15
B	4	3
C	18	16
D	16	12

5.1. Escreve, para cada um, a razão do número de partidas ganhas para o número de partidas jogadas.

5.2. Quem obteve melhor resultado?

5.3. Com as razões que encontraste, estabelece todas as proporções possíveis.

6. Completa de modo a obteres proporções:

6.1 $\frac{?}{3} = \frac{10}{6}$

6.2 $\frac{4}{?} = \frac{2}{7}$

6.3 $\frac{0,4}{2} = \frac{?}{5}$

6.4 $\frac{8}{12} = \frac{4}{?}$

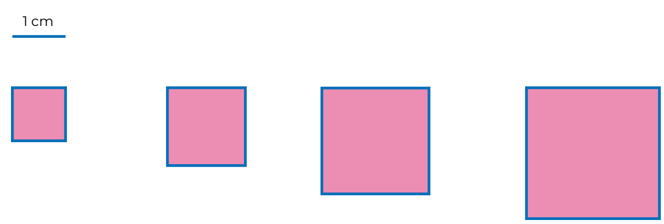
6.5 $\frac{?}{5} = \frac{10}{?}$

6.6 $\frac{1,5}{?} = \frac{?}{6}$

7. Uma lata de tinta de meio litro dá para pintar 7m² de uma parede. Quantas latas é necessário comprar para pintar 49m² de parede?

PROPORCIONALIDADE DIRETA

Considera os quadrados representados. De acordo com a unidade de medida do comprimento dos lados, calcula o perímetro de cada um deles e completa o quadro abaixo indicado.



Lado (em cm)	1	1,5	2	2,5
Perímetro (em cm)	4	6		

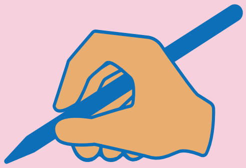
Qual é a relação existente entre o lado de cada um dos quadrados e o respetivo perímetro?

Repara que:

$\frac{4}{1} = 4$ $\frac{6}{1,5} = 4$ $\frac{....}{2} = 4$ $\frac{....}{2,5} = 4$

Então, podemos concluir que a razão entre o perímetro e o lado do quadrado é um valor constante, neste caso, igual a 4.

Dizemos que o perímetro do quadrado é diretamente proporcional à medida do comprimento do lado.

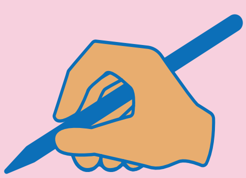


Duas grandezas são ***diretamente proporcionais*** quando é constante a razão (o quociente) entre cada valor de uma grandeza e o correspondente valor da outra grandeza.

Ao quociente constante dá-se o nome de ***constante de proporcionalidade (k).***

Retomando o problema inicial, poderíamos ter procedido de outro modo verificando que $\frac{1}{4} = \frac{1,5}{6} = \frac{2}{8} = \frac{2,5}{10}$

A constante de proporcionalidade seria, então $\frac{1}{4}$



Se uma grandeza é ***diretamente proporcional*** a outra, então a segunda é diretamente proporcional à primeira e as constantes de proporcionalidades são inversas uma da outra.

Em grandezas diretamente proporcionais, a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão. Se uma dobra, a outra dobra, se uma triplica, a outra triplica, se uma é dividida em duas partes iguais, a outra também é dividida à metade, etc.

EXEMPLO

A tabela seguinte relaciona a quantidade de combustível que um automóvel consome com a distância percorrida.

Quantidade de combustível (em litros)	1	2,25	5	7,5
Distância percorrida (em quilómetros)	20	45	100	150

1. Verifica que a quantidade de combustível gasta é diretamente proporcional à distância percorrida pelo automóvel.

2. Indica o valor da constante de proporcionalidade e diz qual é o seu significado.

3. Qual seria a quantidade de combustível gasta se a distância percorrida for de 200 km?

RESOLUÇÃO

1. Para verificar que é uma proporcionalidade direta, temos de calcular o quociente entre cada distância percorrida e o respetivo consumo.

$\frac{20}{1} = 20$ $\frac{45}{2,25} = 20$ $\frac{100}{5} = 20$ $\frac{150}{7,5} = 20$

Repara que em todos os casos o quociente calculado é constante e igual a 20.

2. A constante de proporcionalidade é igual a 20 e significa que 1l de combustível dá para percorrer 20km.

3.

×10

Quantidade de combustível (em litros)	1	10
Distância percorrida (em quilómetros)	20	200

×10

O automóvel vai gastar 10l de combustível.

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. Verifica se existe proporcionalidade direta para cada uma das situações apresentadas.

Em caso afirmativo, explica qual é o significado da constante de proporcionalidade.

1.1.

Número de iogurtes	1	4	8	12
Custo (em escudos)	45	180	360	540

1.2.

Número de cães	1	3	6
Quantidade de comida (em gramas)	250	750	1600

1.3.

Número de empregados	1	2	4
Tempo necessário (em dias)	10	5	2,5

1.4.

Quantidade de tinta (em kg)	1	2	3	5
Área a ser pintada (em cm^2)	4	8	12	20

2. Para cada uma das situações, diz se é possível existir proporcionalidade direta.

2.1. Tempo de uma viagem de automóvel e o número de pessoas que o automóvel leva.

2.2. Número de litros de leite que gasta uma família e o número de elementos da família.

2.3. A altura de uma pessoa e a sua idade.

2.4. A distância percorrida por um automóvel e o tempo de viagem.

2.5. O tempo necessário à construção de um muro e o número de pessoas que trabalham na sua construção.

3. Considera as seguintes tabelas de proporcionalidade direta. Em cada caso, determina a constante de proporcionalidade direta e completa a tabela.

3.1.

Quantidade de batata (em kg)	4	6	?	12
Preço (em escudos)	360	?	900	?

3.2.

Área do chão (em)	2	3	?	6
Número de azulejos	20	?	8	?

3.3.

Número de garrafas de água	3	5	?	?
Quantidade (em litros)	?	7,5	15	16,5

4. A tabela seguinte relaciona a quantidade de um medicamento a administrar a uma criança quando está com febre (antipirético) de acordo com o seu peso.

Peso da criança (em kg)	4	8	10	15
Quantidade de medicamento por dose (em mg)	60	120	150	225

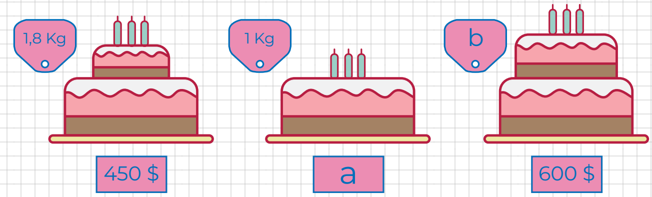
4.1. Verifica se a quantidade de medicamento a administrar é diretamente proporcional ao peso da criança.

4.2. Determina a constante de proporcionalidade direta e indica o seu significado neste contexto.

4.3. A Mariana e a Margarida são irmãs, ambas ficaram doentes e com febre. Sabendo que as duas irmãs pesam, respetivamente, 10kg e 41kg, determina a quantidade de medicamento que lhes deve ser administrada para a febre baixar.

4.4. Na última vez que a Margarida ficou com febre, a mãe administrou-lhe 495 mg de medicamento por dose. Qual era o seu peso nessa altura?

5. Observa as figuras:

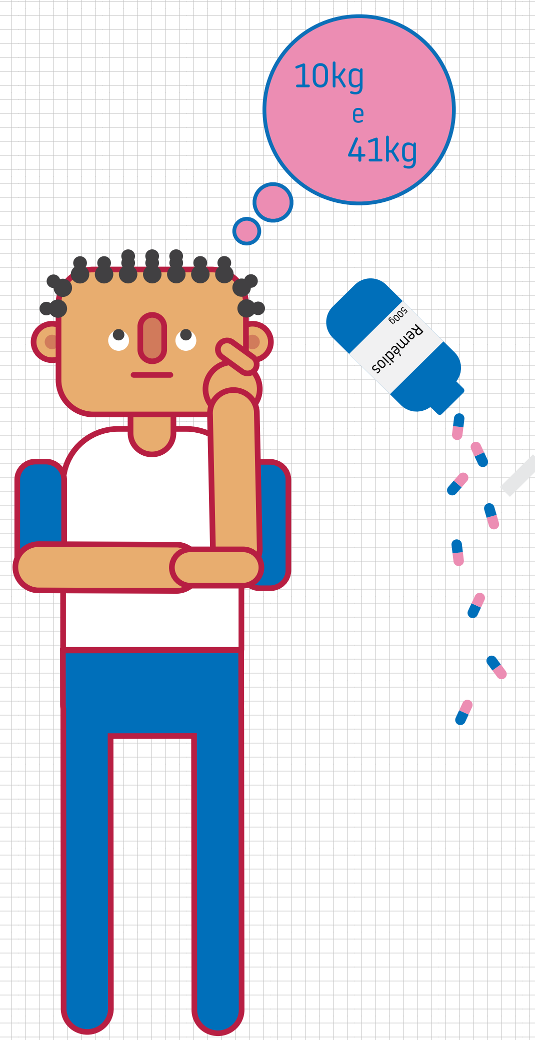


5.1 Quais são as grandezas referidas na figura?

5.2 Considera que existe proporcionalidade direta entre o preço e a quantidade de bolo.

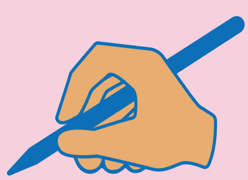
5.2.1 Quais os números que as letras a e b representam?

5.2.2 Determina a constante de proporcionalidade e explica o seu significado.



ESCALA

Na disciplina de História e Geografia de Cabo Verde, já trabalhaste com alguns mapas, entre os quais, o de Cabo Verde e das ilhas em particular. Em cada um deles há uma escala.



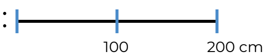
Uma *escala* associada a uma figura representa a razão entre uma qualquer medida de comprimento na figura e a medida de comprimento real que lhe corresponde.

Repara que:

- As escalas podem ser representadas na forma numérica ou na forma gráfica.

Forma numérica: 1 ÷ 100

Forma Grafica:



- Significa que 1 cm no desenho corresponde a 100 cm na realidade

- As medidas de comprimento numa figura e as medidas de comprimento reais são grandezas diretamente proporcionais e a escala é a constante de proporcionalidade.

- $\text{Escala} = \dfrac{\text{distância no desenho}}{\text{distância real}}$

Se essa razão for maior que 1, a escala representa uma ampliação.

Se essa razão for menor que 1, a escala representa uma redução.

EXEMPLOS

1. Num mapa a escala é de 1÷3 000 000. Determina a distância entre duas cidades, sabendo que no desenho ou no mapa a sua distância é de 3 cm.

RESOLUÇÃO:

De acordo com a escala apresentada, temos que 1 cm no desenho corresponde a

3 000 000 cm = 30 km

Distância no mapa = 3 cm

Distância real = ?

$$\frac{\text{distância no mapa}}{\text{distância real}} = \frac{1}{3\,000\,000} = \frac{3}{R}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções:

$1 \times R = 3\,000\,000 \times 3$ ou seja

$R = 9\,000\,000$ cm $= 90$ km

A distância real entre as duas cidades é de 90 km

ATIVIDADES DE CONSOLIDAÇÃO

1. A escala de um mapa é 1 : 300 000. Qual é o seu significado?

(A) 1 cm no mapa corresponde a 30 km na realidade.

(B) 300 000 cm no mapa correspondem a 1 km na realidade.

(C) 1 cm no mapa corresponde a 3 km na realidade.

(D) 1 cm no mapa corresponde a 300 cm na realidade.

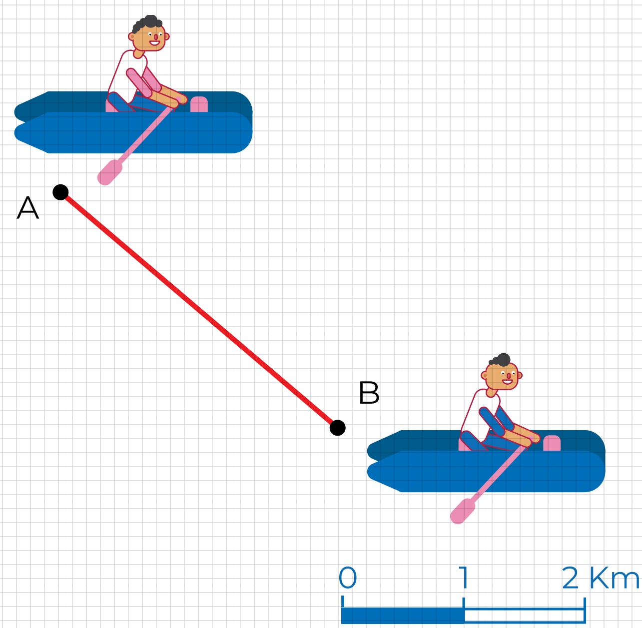
2. Num mapa a escala é 1 : 50 000.

2.1. Qual é a distância real, em quilómetros, que corresponde a 6 cm no mapa?

2.2. Duas localidades distam, em linha reta, 5 km. Qual é a distância entre as duas localidades no mapa?

3. Num mapa, a distância entre duas localidades é de 3,5 cm. Sabendo que a distância real entre essas localidades é de 56 km, indica a escala do mapa.

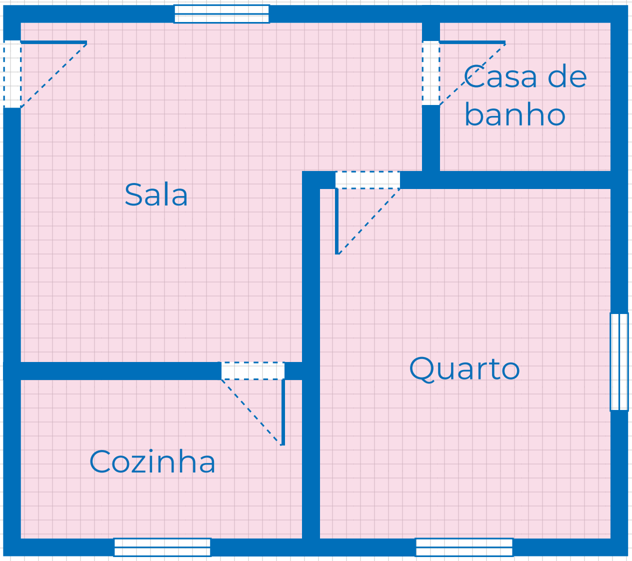
4. Observa a figura seguinte.



4.1. A que distância estão os dois barcos na realidade?

4.2. Qual é a escala correspondente?

5. A figura representa a planta de um apartamento na escala 1 : 300.



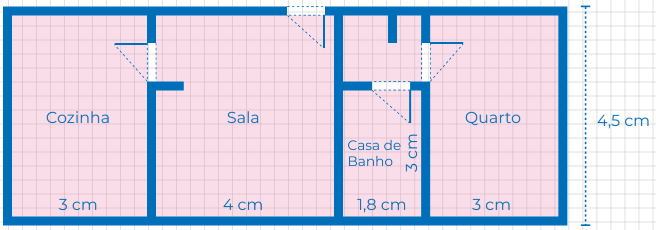
Usa uma régua para determinares um valor aproximado:

5.1. das dimensões do quarto, em metros.

5.2. da área da sala, em metros quadrados.

6. Num mapa, a distância entre duas cidades é de 6 cm. Sabendo que a escala do mapa é de $\frac{1}{3\,500\,000}$, calcula a distância entre as duas cidades.

7. Um casal pretende construir uma casa que ainda está em projeto (na figura). A escala desse projeto é de 1/100 .



Calcula:

7.1. O comprimento da casa quando for construída;

7.2. As dimensões reais do quarto;

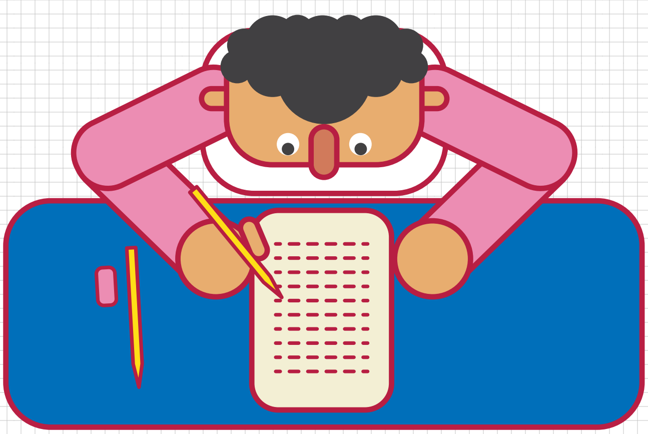
7.3. A área real do quarto;

7.4. A medida real da área total do apartamento;

7.5. O perímetro real da casa de banho.

8. Qual é a maior escala: 1/40 000 ou 1/20 000?

9. Escreve por ordem crescente: 1/500; 1/200; 1/30; 1/20; 1/50



PERCENTAGENS

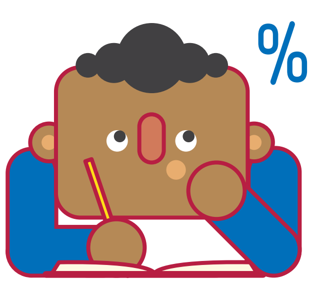
O Zé foi às compras com a mãe e ficou admirado ao entrar num centro comercial, onde encontrou alguns artigos em promoção.

Ele mostrou-se interessado na bicicleta e queria saber quanto tinha de pagar se o preço fosse doze mil escudos.

Vamos ajudar o Zé a calcular a quantia a ser paga.

A Percentagem representa uma razão cujo denominador é igual a 100 e indica uma comparação de uma parte com o todo.

O símbolo % é usado para designar a percentagem. Um valor em percentagem, pode ainda ser expresso na forma de fração centesimal (denominador igual a 100) ou como um número decimal.



EXEMPLOS

$15\% = \frac{15}{100} = 0{,}15$

$3\% = \frac{3}{100} = 0{,}03$

$28\% = \frac{28}{100} = 0{,}28$

$0{,}25 = \frac{25}{100} = 25\%$

$0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$

Agora já podemos ajudar o Zé a efetuar os cálculos.

Já sabemos que $15\% = \frac{15}{100} = 0{,}15$

Utilizando a razão centésimal, temos :

$\frac{15}{100}$ de 12000 escudos é igual a

$\frac{15}{100} \times 12000 = \frac{180000}{100} = 1800$ escudos.

1800 escudos representa o desconto que é feito.

Assim, temos:

12000 - 1800 = 10200 que representa o valor a ser pago pela bicicleta.

O António efetuou os cálculos, utilizando número decimal 0,15 × 12000 = 1800 escudos que representa o valor do desconto.

Calculado a diferença, vem 12000 - 1800 = 10200 que representa o valor a ser pago pela bicicleta.

No dia-a-dia, a percentagem é muito utilizada para representar partes de um inteiro, aumentos e descontos dos preços de produtos, cobrança de juros, etc, quando estes são considerados como estando divididos em 100 partes iguais.

EXEMPLOS

1. No último boletim informativo, a ARME publicou que o gás butano teve um aumento de 3% .

Significa que por cada 100 escudos, aumentou-se 3 escudos.

2. Dos alunos que estudam o 6° ano, 85% transitaram para o 7° ano de escolaridade

Significa que em cada 100 alunos, 85 transitaram de ano.

EXEMPLOS DE PROBLEMAS ENVOLVENDO PERCENTAGENS.

1. O relógio custa 5 mil escudos.

Qual é o valor do desconto a ser efetuado? E por quanto fica o relógio?

RESOLUÇÃO

8% = 0,08

Temos: 0,08 × 5000 = 400 escudos, que representa o valor do desconto.

5000 - 400 = 4600 escudos, que representam o valor a pagar na compra do relógio.

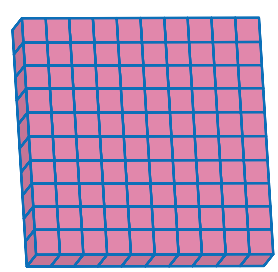
2. Na compra de uma televisão, com 28% de desconto, a mãe do Ricardo pagou 28800 escudos. Qual era o preço da televisão?

RESOLUÇÃO

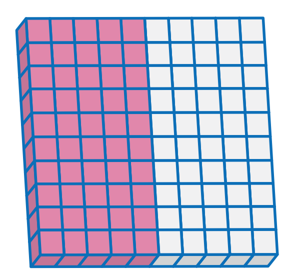
Como ela obteve um desconto de 28%, pagou o equivalente a 100% - 28% = 72%.

0,72 × preço inicial é igual a 28800. Tendo em conta que a divisão é a operação inversa da multiplicação, o preço inicial da televisão é dado por 28800 ÷ 0,72 = 40000 escudos.

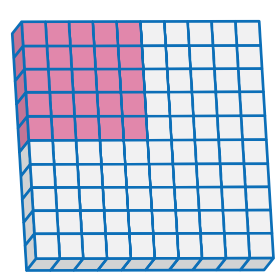
Representação de algumas frações na forma de percentagem:



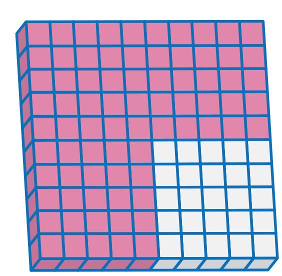
$1 = \frac{100}{100} = 100\%$



$\frac{1}{2} = 50\%$



$\frac{1}{4} = 25\%$



$\frac{3}{4} = 75\%$

ATIVIDADES

1. Completa a tabela:

Quantidade	5%	10%	20%	25%	50%
200			40		
40					
				30	
		10			
					50

2. Calcula:

2.1 25% de 600

2.2 10% de 1,5

2.3 50% de 76

2.4 20% de 54

3. Escreve as seguintes percentagens na forma de fração:

3.1 22%

3.2 35%

3.3 97%

3.4 115%

4. Escreve os seguintes números na forma de percentagem:

4.1 0,02

4.2 0,13

4.3 0,4

4.4 1,9

5. Considera a seguinte tabela:

Turma	Número de alunos	Classificação positiva em Matemática
A	25	20
B	30	21
C	28	22

Calcula para cada turma a percentagem de classificações positivas em Matemática.

6. A razão entre o número de professores e o número de alunos por escola é de 1:25.

Sabendo que nessa escola existem 18 professores, quantos são os alunos?

7. Numa ficha de avaliação, o Ricardo respondeu corretamente a 17 questões das 20 que lhe foram dadas. Calcula a percentagem de respostas corretas.

8. Uma escola de Ensino Básico tem 750 alunos, dos quais:

48% vão a pé para escola;

24% vão de autocarro.

Calcula:

8.1 O número de alunos que vai a pé para escola.

8.2 O número de alunos que vai de autocarro.

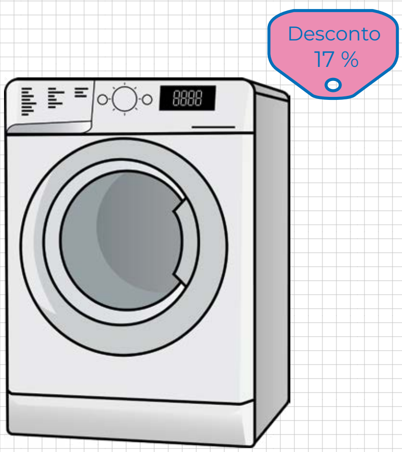
8.3 A percentagem de alunos que utiliza outro meio de transporte.

9. Para uma atividade da escola, uma empresa de refrigerantes fez um desconto de 20% dos seus produtos. Sabendo que a despesa total foi de 8000$00, determina:

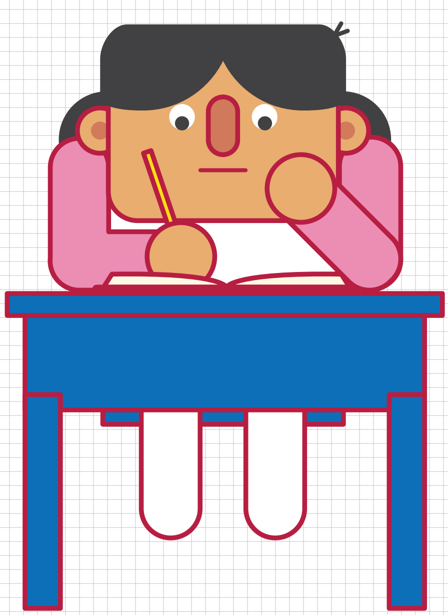
9.1 O valor correspondente ao desconto efetuado.

9.2 Qual foi a quantia paga pela escola.

10. Considera a máquina representada na figura.



Sabendo que, com a promoção indicada a máquina custou 44820$00, determina o seu preço inicial.



REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE PERCENTAGENS

Para a eleição dos órgãos da Associação de Pais e Encarregados de Educação dos alunos de uma escola básica, foram apresentadas três listas, cujos resultados finais estão registados na tabela a seguir indicada.

Lista	Número de votos
A	100
B	250
C	150
Total	500

À semelhança do que foi feito no 5° ano, podemos representar estes dados graficamente, na forma de percentagem.

Cálculo das percentagens de cada lista:

Lista A: $\frac{100}{500} = 0{,}2 = 20\%$

Lista B: $\frac{250}{500} = 0{,}5 = 50\%$

Lista C: $\frac{150}{500} = 0{,}3 = 30\%$

GRÁFICO DE BARRAS

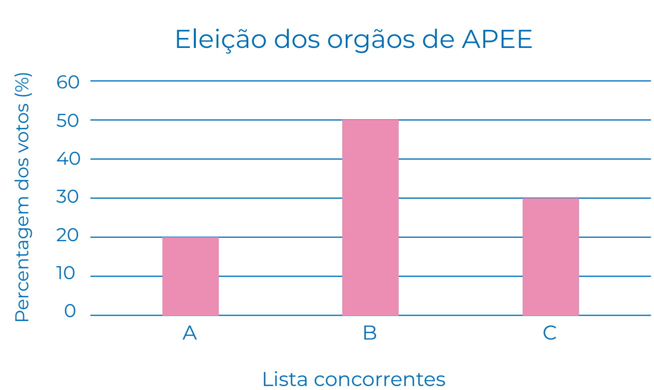


GRÁFICO CIRCULAR

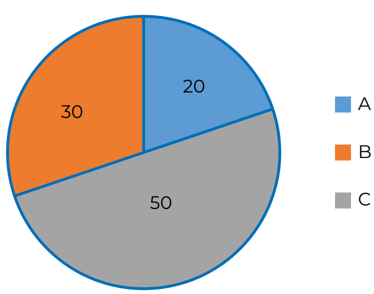
No 5.º ano, aprendemos em estatística que para traçar o gráfico circular, precisamos de calcular as amplitudes dos ângulos que correspondem a cada uma das frequências relativas (agora em percentagens).

Lista A : $\frac{100}{500} \times 360^{o} = 0{,}2 \times 360^{o} = 72^{o}$

Lista B : $\frac{250}{500} \times 360^{o} = 0{,}5 \times 360^{o} = 180^{o}$

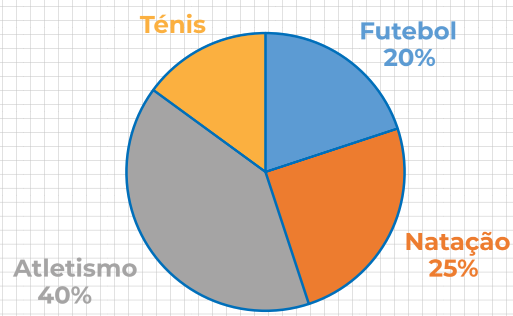
Lista C : $\frac{150}{500} \times 360^{o} = 0{,}3 \times 360^{o} = 108^{o}$

Eleição dos orgãos de APEE



ATIVIDADES

1. O gráfico seguinte indica as percentagens de desportistas inscritos num certo clube, segundo as modalidades praticadas.



1.1. Sabendo que no clube estão inscritos 600 desportistas, e que cada um só pratica uma modalidade, preenche o quadro:

Modalidade	Número de praticantes
Natação	
Futebol	
Atletismo	
Ténis	

1.2. Calcula:

1.2.1. A percentagem dos praticantes de ténis inscritos nesse clube.

1.2.2. A percentagem dos desportistas que praticam atletismo em relação aos que não praticam futebol.

1.3. Representa os dados através de um gráfico de barras.

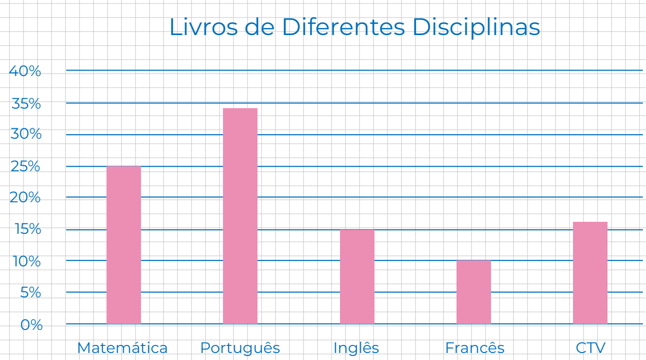
2. No quadro abaixo figuram os ingredientes da sopa que a mãe do António fez, bem como as respetivas quantidades.

Ingrediente	Quantidade	Percentagem
Batata	100 g	
Cenoura	50 g	
Tomate	40 g	
Sal e óleo	10 g	
Total	200 g	

2.1 Completa a tabela:

2.2 Constrói um gráfico circular que traduza a composição da sopa.

3. Numa estante há 600 livros de diferentes disciplinas. No gráfico, estão representadas as percentagens desses livros.



3.1. Quantos livros estão em menor quantidade nessa estante? E em maior quantidade?

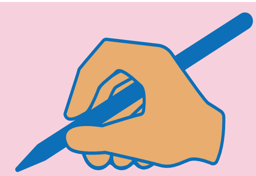
3.2. Quantos livros de CTV estão na estante?

3.3. Constrói o gráfico circular relativo a esses dados.

JUROS SIMPLES

O João recebeu 12000 escudos no dia dos seus anos. Como ele já tinha uma conta poupança, o pai aconselhou-o a colocar o dinheiro no Banco.

No final do ano o teu capital passará a ser 12720$, disse-lhe o pai.
O lucro que o João vai ter, pelo facto de ter depositado o dinheiro no Banco é de 720$00.

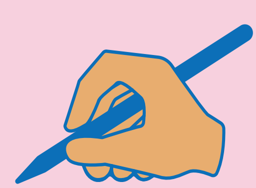


Juro é o lucro obtido pelo depósito, ao fim de um certo tempo. O juro é uma percentagem do capital considerado no intervalo de tempo.

O João queria saber como proceder para calcular o juro aplicado pelo Banco. Como ele já sabe calcular percentagens, o pai deixou-lhe um desafio para o cálculo da taxa de juro, sabendo que é um valor fixo.

Então o João, procedeu da seguinte forma:

$720 \div 12000 = 0{,}06 = 6\%$



Taxa de juro é a percentagem do capital relativamente ao capital depositado durante um determinado intervalo de tempo, habitualmente um ano.

ATIVIDADES

1. Para reestruturar uma casa o Sr. António fez um empréstimo de 500 000 escudos a uma Instituição Bancária, à taxa anual de 12%. Quanto terá de pagar de juros o Sr. António ao fim de um ano?

2. A Joana recebeu 3000 escudos e resolveu depositá-lo no Banco. Ao fim de um ano soube que o seu capital era de 3285 escudos.

2.1. Qual o juro que o capital da Joana rendeu durante esse tempo?

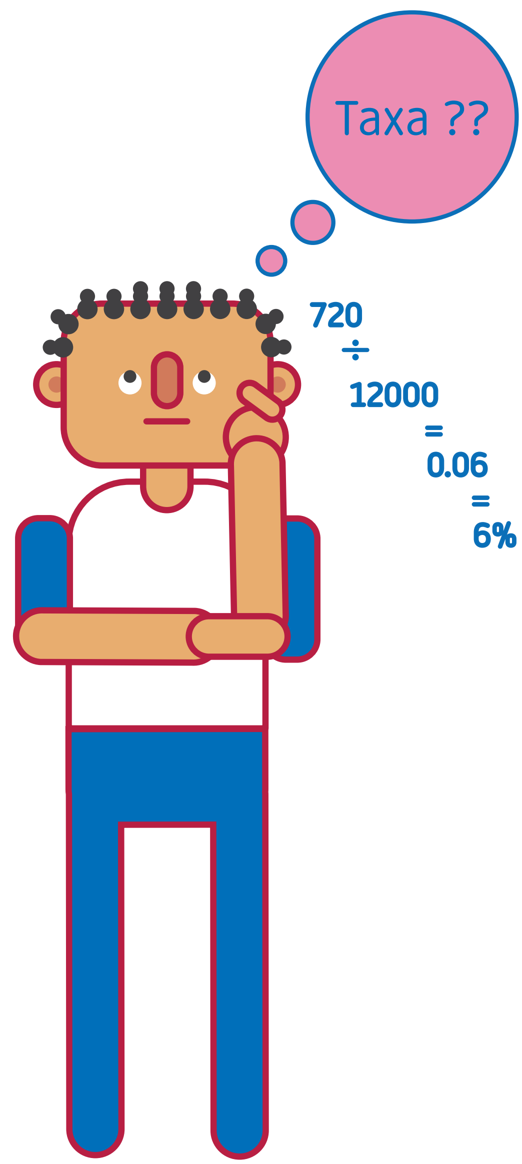
2.2. A que taxa de juro a Joana depositou o seu dinheiro?

3. O pai do Pedro fez um depósito num Banco, à taxa anual de 15,5%. Ao fim de seis meses ele recebeu 54250$00 de juro. Que capital tinha depositado?

4. A Margarida fez um empréstimo no valor de 300 000 escudos. A dívida deverá ser paga em 6 meses a uma taxa de 2,5% por mês.

4.1 Qual é o valor dos juros?

4.2 Quanto pagará Margarida ao fim desse tempo?



Hino Nacional
Cântico da Liberdade

Canta, irmão
canta, meu irmão
que a Liberdade é hino
e o Homem a certeza.

Com dignidade, enterra a semente
no pó da ilha nua;
no despenhadeiro da vida
a esperança é do tamanho do mar
que nos abraça.
Sentinela de mares e ventos
perseverante
entre estrelas e o Atlântico
entoa o cântico da liberdade.

Canta, irmão
canta, meu irmão
que a Liberdade é hino
e o Homem a certeza.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
GOVERNO DE CABO VERDE
A TRABALHAR PARA TODOS.