DIREÇÃO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE MATEMÁTICA
9.º ANO DE ESCOLARIDADE
ENSINO SECUNDÁRIO
(Versão Experimental)

Concetores:
Paulino Lima Fortes
Luisa Maria Cardoso Monteiro

Validador:
Nilson José Monteiro Moreira

Praia, Setembro 2021

Ficha Técnica

Título

Programa de matemática – 9.º ano de escolaridade

Editores/Autores

Ministério da Educação

Coordenação

Direção Nacional de Educação / Serviço de Gestão Educativa e Desenvovlvimento Curricular

Elaboração

Universidade de Cabo Verde (Uni-CV)

Propriedade

Ministério da Educação
Palácio do Governo
C.P. 111
Tel.: +238 262 11 72 / 11 76
Cidade da Praia – Santiago

Data: setembro 2021

Índice

1. INTRODUÇÃO

A Matemática é um património imaterial acumulado da humanidade, desde a pré-história até aos nossos dia. Integra a cultura humanística e científica como parte imprescindível, enquanto repositório de ferramentas que estão na base da expressão artística, da linguagem rigorosa, da interpretação e comunicação científica e da invenção tecnológica. Esse manancial permite ao jovem fazer escolhas de vida e de profissão, ganhar flexibilidade para se adaptar às mudanças tecnológicas e sociais e engajar-se no seu programa pessoal de formação ao longo da vida.

O ensino da Matemática, ao nível do Ensino Secundário, tal como no Ensino Básico, visa aprendizagens matemáticas relevantes e sustentáveis, respeitando os princípios de equidade e qualidade. Assim, o ensino da disciplina visa aprendizagens centradas na compreensão e no desenvolvimento da capacidade de os alunos utilizá-la em contextos matemáticos e não matemáticos, ao longo da escolaridade, e nos diversos domínios disciplinares, por forma a contribuir não só para a sua autorrealização enquanto alunos, mas também na sua vida futura pessoal, profissional e social.

O ensino da Matemática do 9.º ano ao 12.º ano deve ainda proporcionar uma formação que promova nos alunos uma relação positiva com a disciplina, bem como uma visão da Matemática que corresponda à sua natureza enquanto ciência e integre o reconhecimento do seu valor cultural e social, nomeadamente no que se refere ao seu papel no desenvolvimento das diversas ciências, da tecnologia e de outras áreas da atividade humana.

Assim, o ensino da Matemática deve eleger as seguintes finalidades principais:

a) Promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos.

Com esta finalidade pretende-se que, ao longo do 9.º ano e do ensino secundário no seu todo, os alunos compreendam os procedimentos, técnicas, conceitos, propriedades e relações matemáticas, e desenvolvam a capacidade de os utilizar para analisar, interpretar e resolver situações em contextos variados; desenvolvam capacidade de abstração e generalização e de compreender e elaborar raciocínios lógicos e outras formas de argumentação matemática; desenvolvam a capacidade de resolver e formular problemas, incluindo os que envolvem áreas matemáticas diferentes e problemas de modelação matemática; adquiram o vocabulário e linguagem próprios da Matemática e desenvolvam a capacidade de comunicar em Matemática, por forma a serem capazes de descrever, explicar e justificar, oralmente e por escrito, as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões que obtêm.

b) Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de reconhecer e valorizar o papel cultural e social desta ciência.

Com esta finalidade pretende-se que, ao longo do ensino secundário, os alunos desenvolvam interesse pela Matemática e confiança nos seus conhecimentos e capacidades matemáticas, bem como persistência, autonomia e à-vontade em lidar com situações que envolvam Matemática no seu percurso académico e que venham a enfrentar na sua vida em sociedade; desenvolvam a capacidade de apreciar aspetos estéticos da Matemática e de reconhecer e valorizar o papel da Matemática no desenvolvimento das outras ciências, da tecnologia e de outros domínios da atividade humana; desenvolvam a capacidade de reconhecer e valorizar a Matemática como elemento do património cultural da humanidade.

As aprendizagens essenciais apresentadas constituem, para cada tema, um todo integrado e articulado de conteúdos, objetivos e práticas de aprendizagem interrelacionados e indissociáveis. Os objetivos concretizam as aprendizagens essenciais relativas a cada conteúdo, incidindo sobre conhecimentos, capacidades e atitudes a adquirir e a desenvolver, e as práticas estabelecem condições que apoiam e favorecem a consecução desses objetivos.

Assim, a aquisição e desenvolvimento de conhecimentos, capacidades e atitudes, e a sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos, são objetivos essenciais de aprendizagem, associados aos conteúdos de aprendizagem de cada tema matemático — sendo que os que estão definidos em termos de capacidades e as atitudes expressam também um vínculo próximo com a Matemática — e a práticas de aprendizagem que visam proporcionar condições que apoiem e favoreçam aprendizagens sustentáveis, com compreensão e transferíveis ou aplicáveis em contextos matemáticos e não matemáticos.

O presente programa do 9.º ano de escolaridade apresenta-se após o fim do ensino básico e no primeiro ano do ciclo único do ensino secundário, no tronco comum, antes de o aluno efetuar as suas escolhas para a formação académica, geral, vocacional ou profissional. Assim, o programa é, ao mesmo tempo, de completamento e consolidação de conhecimentos e competências adquirido no Ensino Básico, de preparação para as diversas vias pelas quais o aluno pode vir a construir o seu percurso académico no 10.º, 11.º e 12.º anos, na via geral ou na via técnica, e de saída para o mundo da formação profissional extraescolar ou ainda para o exercício de uma profissão na vida ativa. Essas caraterísticas fazem com que o programa seja, ao mesmo tempo, longo e denso. Caraterísticas desafiantes ao professor, gestor do programa e das aprendizagens de cada um dos seus alunos.

Querendo aproximar-se do nível de competências adquiridas por alunos em ciclos homólogos na Europa e diversos outros países – sem contudo descurar, antes colocando no centro, os elementos da nossa própria realidade – o presente programa aproxima-se muito dos programas e documentos curriculares de Portugal, que foram fonte essencial para a sua elaboração. Responde ao documento de perfis dos alunos do ensino secundário *Desenho dos perfis de escolarização e formação dos alunos do ensino não superior*, aprovado pelo Ministério da Educação de Cabo Verde.

De acordo com o documento *Orientações gerais e estrutura para a elaboração dos programas das disciplinas do Ensino Secundário*, aprovado pelo Ministério da Educação, o presente programa consta dos seguintes itens:

1. INTRODUÇÃO (Natureza da disciplina, sua contextualização e integração no currículo)
- 1.1 Aprendizagens essenciais de Matemática no final do Ensino Secundário (9.º ao 12.º ano)
- 1.2 Articulação com o Ensino Básico.
- 1.3 Articulação com os Perfis de Formação dos Alunos do Ensino Não Superior (PFA)

2. APRESENTAÇÃO, FINALIDADES e ORIENTAÇÔES GERAIS DA DISCIPLINA
- 2.1 Propósito da Disciplina no Ensino Secundário
- 2.2 Finalidades
- 2.3 Competências a desenvolver
- 2.4 Visão Geral dos Temas /Conteúdos
- 2.5 Indicações Metodológicas gerais
  - 2.5.1. Matemática viva, aplicações e modelação
  - 2.5.2. Comunicação Matemática
  - 2.5.3. Uso de novas tecnologias
- 2.6 Indicações gerais para a Avaliação das Aprendizagens

3.ROTEIROS DE APRENDIZAGEM
- 3.1. Natureza e Roteiros de Aprendizagens do 9.º ano
- 3.2. Roteiro de Aprendizagem e Indicadores de Avaliação do Programa do 9.º ano

4. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

5. RECURSOS EDUCATIVOS RECOMENDADOS

1.1 Aprendizagens essenciais de Matemática no final do Ensino Secundário (9.º ao 12.º ano)

As aprendizagens essenciais da Matemática no Ensino Secundário (Matemática para Ciências e Tecnologias, Matemática para Ciências Sociais e Matemática para as Artes) incluem os temas Geometria, Funções e Álgebra no 10.º ano, Geometria, Funções e Estatística no 11.º ano e Probabilidades e Combinatória, Funções e Álgebra no 12.º ano. A necessidade de melhor preparar o aluno para a vida profissional e para a continuação dos estudos, reintroduzem-se[1] a estrutura algébrica de grupo e a noção de isomorfismo e sua aplicações na recorrência e na arte, por exemplo, e a estrutura de corpo, para valorizar o raciocínio classificativo como uma das principais inteligências atuais, muito necessária à computação, por exemplo. No mesmo sentido são

[1] A reintrodução refere-se a duas épocas diferentes: ensino secundário logo após a independência do país, segundo os programas e manuais portugueses e ao ensino secundário sancionado pelo ano propedêutico ou pelo ano zero, equivalentes ao 12.º ano de escolaridade, mais uma vez, na senda dos programas e manuais vigentes em Portugal.

reintroduzidas a primitivação e a integração, que estão na base da modelação de inúmeros fenómenos tecnológicos e sociais interpretáveis neste ciclo de aprendizagens. Os fenómenos lineares são abundantes na maioria das ciências, tecnologias e profissões. A reintrodução do estudo dos espaços lineares e aplicações lineares aparece com o sentido de preparar o aluno para modelar esses fenómenos, mormente com o recurso aos meios computacionais disponíveis.

As aprendizagens essenciais assumem a Lógica e a Teoria de Conjuntos como temas transversais e colocam no mesmo patamar de relevância a Resolução de Problemas, a História da Matemática e das Tecnologias, bem como a Modelação Matemática. A Teoria de Conjuntos e o rigor da linguagem sustentada pela lógica bivalente permeiam toda a execução do programa de Matemática do Ensino Secundário. A referência a figuras e episódios da história da Matemática é um importante suporte metodológico a que os professores devem recorrer com frequência. A modelação Matemática é um dos alvos próprios da Matemática no Ensino Secundário. Todos os temas e subtemas devem conduzir a competências em modelação de fenómenos físicos, naturais, sociais, científicos e artísticos.

As tabelas seguintes apresentam sínteses das aprendizagens essenciais e os conteúdos a que se recorre para as atingir ao longo dos três últimos anos do ensino secundário.

10.º ANO

TEMA ESPECÍFICOS **Conteúdos de aprendizagem**	**APRENDIZAGENS ESSENCIAIS** **Objetivos essenciais de aprendizagem conhecimentos, capacidades e atitudes**
Geometria	
Geometria analítica cartesiana no plano e no espaço	Reconhecer o significado da fórmula da medida da distância entre dois pontos no plano cartesiano $\mathbb{R}^2$ em função das respetivas coordenadas; Reconhecer o significado das coordenadas do ponto médio de um dado segmento de reta, da equação cartesiana da mediatriz de um segmento de reta, das equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos (incluindo semiplanos e círculos) e da equação cartesiana reduzida da circunferência; Identificar Referenciais cartesianos ortonormados do espaço; Reconhecer o significado das Equações de planos paralelos aos planos coordenados; Equações cartesianas de retas paralelas a um dos eixos; Distância entre dois pontos no espaço; Equação do plano mediador de um segmento de

	reta; Equação cartesiana reduzida da superfície esférica; Inequação cartesiana reduzida da esfera;
Geometria vetorial no plano e no espaço	Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas: Vetores aplicados num ponto; Base e referencial vetorial; Soma e diferença entre vetores; Multiplicação de um escalar por um vetor e a sua relação com a colinearidade de vetores; Propriedades das operações com vetores; Referencial cartesiano associado ao referencial vetorial; Coordenadas de um vetor; Vetor-posição de um ponto num referencial vetorial e respetivas coordenadas; Coordenadas da soma e da diferença de vetores; Vetor diferença de dois pontos; Cálculo da norma de um vetor em função das respetivas coordenadas; Versor de um vetor; Vetor diretor de uma reta; Relação entre as coordenadas de um vetor diretor e o declive da reta; Paralelismo de retas e igualdade do declive; Produto interno de vetores; ângulo de vetores; perpendicularidade. Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas a generalização ao espaço dos conceitos e propriedades básicas do cálculo vetorial; Reconhecer o significado e aplicar na resolução de problemas a equação vetorial de uma reta no plano e no espaço.
Funções	
Noções gerais sobre funções reais de variável real	Reconhecer, representar e interpretar graficamente funções reais de variável real e funções definidas por expressões analíticas e usá-las na resolução de problemas e em contextos de modelação; Reconhecer e interpretar as propriedades geométricas dos gráficos de funções e usá-las na resolução de problemas e em contextos de modelação; Reconhecer e interpretar a paridade; as simetrias dos gráficos das funções pares e das funções ímpares; os intervalos de monotonia de uma função real de variável real; os extremos relativos e absolutos e usá-los na resolução de problemas e em contextos de modelação.
Funções quadráticas, função módulo e funções definidas por ramos	Reconhecer e interpretar os extremos, sentido das concavidades, raízes e a representação gráfica de funções quadráticas e usá-los na resolução de problemas e em contextos de modelação;

	Reconhecer, interpretar e representar graficamente funções definidas por ramos e a função módulo e usá-los na resolução de problemas e em contextos de modelação; Reconhecer e interpretar graficamente a relação entre o gráfico de uma função e os gráficos das funções $a.f(x)$,$f(b.x)$, $f(x+c)$ e $f(x)+d, a, b, c, d$ números reais a e b não nulos, e usá-las na resolução de problemas e em contextos de modelação.
Álgebra	
Polinómios	Reconhecer, identificar e aplicar na resolução de problemas a divisão euclidiana de polinómios e regra de $Ruffini$; a Divisibilidade de polinómios; o Teorema do resto; a Multiplicidade da raiz de um polinómio e respetivas propriedades; o Teorema de existência de raízes racionais para polinómios com coeficientes inteiros; a Relação entre as raízes de um polinómio de grau 2 ou 3 e os coeficientes do polinómio; Inequações do 2º grau e sua aplicação na resolução de problemas.
Grupos	Definir a estrutura de grupo; Identificar grupos numéricos, de vetores, de funções, e de transformações geométricas; Identificar grupos de simetrias; Definir isomorfismo de grupos; Identificar grupos isomorfos; Aplicar grupos de simetrias; Aplicar os conhecimentos sobre a teoria de grupos na resolução de problemas e na modelação.

11.º ANO

TEMA ESPECÍFICOS **Conteúdos de aprendizagem**	**APRENDIZAGENS ESSENCIAIS** **Objetivos essenciais de aprendizagem conhecimentos, capacidades e atitudes**
Geometria	
Trigonometria	Resolver problemas variados, ligados a situações concretas, que permitam recordar e aplicar métodos trigonométricos estudados no 9.º ano; Relacionar e aplicar na resolução de problemas as noções de ângulo orientado e a respetiva amplitude; e de ângulo generalizado e a respetiva amplitude;

	Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas: Razões trigonométricas de ângulos generalizados no círculo trigonométrico e a noção de radiano.
Geometria analítica no plano e no espaço	Reconhecer e aplicar na resolução de problemas a relação entre a inclinação e o declive de uma reta no plano; Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas a noção de produto escalar, nomeadamente na determinação do ângulo entre dois vetores e na definição de lugares geométricos; Resolver problemas envolvendo retas no plano e retas e planos no espaço, utilizando equações vetoriais de retas, equações cartesianas de planos e posição relativa de retas e planos.
Funções	
Sucessões	Resolver problemas envolvendo sucessões monótonas, sucessões limitadas, sucessões definidas por recorrência, progressões aritméticas e progressões geométricas (termo geral e soma de n termos consecutivos); Conhecer o conceito de limite de uma sucessão (casos de convergência e de limites infinitos); Relacionar a convergência com a monotonia e a limitação.
Funções trigonométricas	Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas funções trigonométricas $sen(x), \cos(x)\ e\ tg(x)$; Utilizar as fórmulas trigonométricas de "redução ao 1.º quadrante" e a fórmula fundamental da Trigonometria, fórmulas de duplicação e de bissecção, lei dos cossenos e lei dos senos, na resolução de problemas; Resolver equações trigonométricas simples $(sen(x) = k, \cos(x) = k\ e\ tg(x) = k)$, num contexto de resolução de problemas.
Funções Reais de variável real	Reconhecer as noções topológicas em $\mathbb{R}$; determinar domínios de funções reais de variável e real e proceder à sua caraterização topológica;

	Reconhecer, interpretar e representar graficamente funções racionais do tipo $f(x)=a+b/(x-c)$, referindo o conceito intuitivo de assíntota e usá-las na resolução de problemas e em contextos de modelação; Caracterizar a função inversa de restrições bijetivas de funções quadráticas e cúbicas e relacionar os seus gráficos; Reconhecer, interpretar e representar graficamente funções irracionais do tipo $f(x)=a\sqrt{(x-b)}+c$ e usá-las na resolução de problemas e em contextos de modelação.
Limites e derivadas de funções polinomiais e racionais	Conhecer e aplicar o conceito de limite segundo Heine; Determinar: limite de uma função num ponto aderente ao respetivo domínio; limites laterais; limites no infinito; Operar com limites e casos indeterminados em funções; Calcular limites recorrendo ao levantamento algébrico de indeterminações; Reconhecer uma função contínua num ponto e num domínio; Calcular e interpretar geometricamente a taxa média de variação de uma função e a derivada de uma função num ponto; Determinar equações de retas tangentes ao gráfico de uma função; Resolver problemas envolvendo a derivada e a taxa média de variação de função, nomeadamente sobre velocidades média e instantânea.
Estatística	
Estatística	Reconhecer o papel relevante desempenhado pela Estatística em todos os campos do conhecimento abordando nomeadamente os conceitos de Recenseamento e Sondagem (população e amostra); Organizar e interpretar dados de natureza quantitativa e qualitativa, variáveis discretas e contínuas; Interpretar medidas de localização de uma amostra: moda, média, mediana, quartis e percentis; medidas de dispersão: amplitude interquartil, variância, desvio padrão; Abordar gráfica e intuitivamente distribuições bidimensionais, nomeadamente o diagrama de dispersão, o coeficiente de correlação e reta de regressão.

12.º ANO

TEMA ESPECÍFICOS **Conteúdos de aprendizagem**	**APRENDIZAGENS ESSENCIAIS** **Objetivos essenciais de aprendizagem conhecimentos, capacidades e atitudes**
Probabilidades e Cálculo Combinatório	
Probabilidades e Cálculo Combinatório	Recordar os conhecimentos sobre a probabilidade de um conjunto (acontecimento) no conjunto das partes de um espaço amostra finito; Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis; Calcular probabilidades utilizando o teorema de Laplace; Conhecer e usar propriedades das probabilidades do acontecimento contrário, da diferença de acontecimentos, da união de acontecimentos; Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes; Conhecer e aplicar na resolução de problemas probabilísticos e não probabilísticos: arranjos com e sem repetição, permutações e fatorial de um número inteiro não negativo, combinações; Resolver problemas envolvendo o Triângulo de Pascal e as suas propriedades e o desenvolvimento do Binómio de Newton.
Funções	
Continuidade e assíntotas	Estudar a continuidade de uma função num ponto e num subconjunto do domínio; Identificar e justificar a continuidade de funções polinomiais, racionais e irracionais; Conhecer a continuidade da soma, diferença, produto e quociente de funções contínuas; Conhecer e aplicar o teorema dos valores intermédios (*Cauchy-Bolzano*).
Derivadas, estudo e representação gráfica de funções	Determinar a derivada de uma função num ponto e a função derivada; Conhecer e aplicar a derivada da soma, da diferença, do produto e do quociente e potência de expoente racional de funções diferenciáveis;

	Conhecer e aplicar a derivada de funções do tipo $f(x)$=x^{α} (com α racional e x>0); Calcular derivadas das funções polinomiais, racionais e trigonométricas; Aplicar as derivadas no cálculo de limites (Regras de *L´Hôpital e Cauchy*) Caracterizar a função derivada de uma função e interpretá-la graficamente; Identificar graficamente e determinar as assíntotas verticais, horizontais e oblíquas ao gráfico de uma função; Relacionar o sinal e os zeros da função derivada com a monotonia e extremos da função e interpretar graficamente; Relacionar o sinal e os zeros da função derivada de segunda ordem com o sentido das concavidades e pontos de inflexão; Resolver problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis.
Funções exponenciais e logarítmicas	Estudar da sucessão de termo geral u_n=(1+x/n)^{n}, com x∈R e definição de número de Neper; Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo $f(x)$=a^{x}, (a>1): monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas; Caracterizar uma função logarítmica como função inversa de uma função exponencial de base a, com a>1, referindo logaritmos neperiano e decimal; Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo $f(x)\ =\log_a x$: monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas dos logaritmos; Conhecer e aplicar os limites notáveis $lim_{x\to 0}(e^{x}-1)/x$, $lim_{x\to +\infty}e^{x}/x^{k}$ e $lim_{x\to +\infty}lnx/\ x$; Conhecer e aplicar a derivada da função exponencial e da função logarítmica; Conhecer a composição de funções e o teorema da derivada da função composta e aplica-lo nas derivadas de funções exponenciais e de funções logarítmicas.
Funções trigonométricas	Conhecer as fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação; Conhecer e aplicar o limite notável $lim_{x\to 0}(sen\ x)/x$; Conhecer e aplicar as derivadas das funções seno, cosseno e tangente;

	Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas num contexto de modelação.
Primitivas e Integrais de funções reais de variável real	Reconhecer a primitivação como operação inversa da derivação; determinar primitivas de funções reais de variável real, de forma imediata, por partes e por substituição; Definir integral de Riemann de funções reais de variável real; aplicar a fórmula fundamental do cálculo integral; Aplicar integrais no cálculo de áreas e em problemas de Mecânica.
Álgebra	
Anéis e corpos	Define anel e corpo; reconhece o anéis de inteiros e de polinómios; Reconhece o corpo dos números reais;
Números complexos	Contextualizar historicamente a origem dos números complexos; Definir a unidade imaginária e o conjunto $\mathbb{C}$ dos números complexos; Representar números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; Operar com números complexos na forma algébrica (adição, multiplicação e divisão); Operar com números complexos na forma trigonométrica (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação); Reconhecer a estrutura de corpo complexo; Reconhecer que o corpo $\mathbb{C}$ é uma extensão do corpo $\mathbb{R}$; Definir domínios e lugares geométricos no plano complexo; Explorar geometricamente as operações com números complexos e resolver problemas envolvendo as propriedades algébricas e geométricas dos números complexos; Resolver e interpretar as soluções de equações em $\mathbb{C}$.
Espaços vetoriais e transformações lineares	Produto de um número real por um vetor. Dependência e independência linear; base e geração; aplicações lineares; matriz de uma aplicação linear; determinantes; Sistemas de equações lineares.

1.2 Articulação com o Ensino Básico

No que se refere aos temas e conteúdos de aprendizagem, a ação do professor no 9.ºano deve ser orientada por forma a que, relativamente a:

Números e Operações

Os alunos prossigam no desenvolvimento do sentido de número e da compreensão dos números e das operações, bem como da fluência do cálculo mental e escrito.

Neste ano, o estudo do conjunto dos números reais é alargado à relação de ordem, aos intervalos de números, ao aprofundamento do cálculo aproximado e à notação científica.

Geometria e Medida

Os alunos prossigam no desenvolvimento da capacidade de visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas, alargando-se o estudo de sólidos geométricos e de figuras planas e das grandezas geométricas, bem como das transformações geométricas.

Neste ano são estudadas as relações de igualdade geométrica e a relação de semelhança, bem como as razões trigonométricas no triângulo retângulo. A noção de demonstração é praticada a partir do estudo da geometria euclidiana como ciência hipotético-dedutiva. Também o estudo dos vetores é aprofundado com a sua consideração num plano cartesiano.

Álgebra

Os alunos prossigam no desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos, alargando e aprofundando o estudo das relações matemáticas.

Neste ano, são estudadas as equações do 2.º graus e sistemas de equações do 1.º grau, e introduzem-se as inequações. A proporcionalidade direta e a proporcionalidade inversa são estudadas como funções.

Organização e Tratamento de Dados

Os alunos prossigam no desenvolvimento da capacidade de compreender e de produzir informação estatística.

Neste ano, aprofunda-se a exploração, análise e interpretação de informação de natureza estatística e a realização de estudos que envolvam a linguagem e procedimentos estatísticos. Alarga-se o estudo das medidas estatísticas com a inclusão dos quartis e amplitude interquartis e representação através de histogramas.

Resolução de problemas, Raciocínio e Comunicação

Os alunos desenvolvam a capacidade de resolver problemas, em situações de maior complexidade e que convocam a mobilização das novas aprendizagens nos diversos domínios, aprofundando a análise de estratégias e dos resultados obtidos, e formulando problemas em contextos variados.

Os alunos desenvolvam a capacidade de raciocinar indutiva e dedutivamente, com a formulação, teste e demonstração de conjeturas, e de argumentarem matematicamente, progredindo na fundamentação das suas ideias e na análise dos argumentos de outros.

Os alunos desenvolvam a capacidade de comunicar em matemática, oralmente e por escrito, com a utilização da notação e simbologia matemáticas próprias dos diversos conteúdos estudados, e progridam na fluência e no rigor com que representam, exprimem e discutem as suas ideias, procedimentos e raciocínios.

1.3 Articulação com os Perfis de Formação dos Alunos do Ensino Não Superior (PFA)

As aprendizagens essenciais apresentadas articulam-se com o PFA, tendo em vista a sua consecução, no âmbito da disciplina de Matemática, nomeadamente no que se refere às aprendizagens dos alunos associadas às áreas de competências aí definidas, nas áreas intrinsecamente relacionados com temas, processos e métodos matemáticos, a saber:

III. Matemáticas;

IV. Raciocínio Lógico, Gráfico e Topológico (RLGT);

V. Competências Digitais, Dados, Informação e Comunicação (CDDIC);

VI. Resolução de Problemas (RP);

VII. Pensamento Crítico (PCR);

VIII. Pensamento Criativo (PC);

Nas restantes áreas, a Matemática dá e recebe contributos essenciais:

I. Línguas, Literatura e Comunicação (LLC);

IX. Aprender a Aprender (AA);

X. Ciências Humanas e Sociais (CHS);

XII. Ciências e Tecnologias (CT);

XIV. Competências de Produção, de Reflexão Artística e Cultural (CPRAC);

XV. Competências de Gestão Orientadas Pela Educação Financeira e Empreendedorismo (CGOPEFE);

Essas competências pressupõem práticas de trabalho autónomo, colaborativo e de caráter inter e transdisciplinar.

2. APRESENTAÇÃO, FINALIDADES e ORIENTAÇÕES GERAIS DA DISCIPLINA

2.1 Propósito da Disciplina no Ensino Secundário

O ensino da Matemática do 9.º ano ao 12.º ano deve ainda proporcionar uma formação que promova nos alunos uma relação positiva com a disciplina, bem como uma visão da Matemática que corresponda à sua natureza enquanto ciência e integre o reconhecimento do seu valor cultural e social, nomeadamente no que se refere ao seu papel no desenvolvimento das diversas ciências, da tecnologia e de outras áreas da atividade humana.

2.2 Finalidades

Especificando as finalidades do ensino da Matemática apresentadas na Introdução, este visa aprendizagens que levam o aluno a:

- Desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação das relações entre fenómenos reais;

- Desenvolver a capacidade de selecionar a Matemática relevante para modelar problemas reais;

- Desenvolver as capacidades ligadas à formulação e resolução de problemas;

- Desenvolver a capacidade de elaboração, argumentação e comunicação;

- Desenvolver a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade;

- Promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constitua suporte cognitivo e metodológico, tanto para a inserção plena na vida profissional, como para o prosseguimento de estudos;

- Contribuir para uma atitude positiva face à Ciência;

- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade;

- Criar capacidades de intervenção social pelo estudo e compreensão de problemas e situações da sociedade atual e bem assim pela discussão de sistemas e instâncias de decisão que influenciam a vida dos cidadãos, participando desse modo na formação para uma cidadania ativa e participativa.

2.3 Competências a desenvolver

Espera-se que os alunos se apropriem de conceitos e de técnicas matemáticas, de tal modo que, face a problemas traduzidos de situações reais, possam localizar e mobilizar os conhecimentos matemáticos científicos adequados para dar respostas adequadas. Pretende-se que o aluno seja capaz de construir uma opinião própria, participando nas decisões nas aulas ou em trabalhos de grupo.

Cada competência acima referida implica um corpo coerente, interligado e interativo de conhecimentos, atitudes ou capacidades (e habilidades na escolha e depois no manejo das ferramentas, quaisquer que elas sejam), que só os resultados operados no desenvolvimento de ações autónomas dos alunos garantem que tenham sido desenvolvidas.

2.4 Visão Geral dos Temas /Conteúdos

Os alunos de Matemática do 9.º ano, devem desenvolver conhecimentos, capacidades e atitudes que lhes permitam a aprendizagem de um conjunto de competências orientadas para continuar os estudos secundários e superiores ou para a formação profissional ou desenvolvimento de atividade num setor de atividade, profissão ou família de profissões.

Neste ano charneira é fundamental que o aluno desenvolva competências ao nível do domínio da lógica, linguagem simbólica e uso de ferramentas de cálculo. Contudo, o essencial da aprendizagem da Matemática deve ser procurado ao nível das ideias para a resolução de problemas e para as aplicações da Matemática. O uso das ferramentas matemáticas deve ser ensinado e aprendido no contexto das ideias e da resolução de problemas interessantes e em situações que exijam o seu manejo e em que seja vantajoso o seu conhecimento, privilegiando mesmo características típicas do ensino experimental, complementarmente ao ensino formalizante. A Matemática, nas suas conexões com todos os ramos de saber, é uma contribuição decisiva para a consciência da necessidade da educação e da formação ao longo da vida, com vista a enfrentar mudanças sociais e profissionais e as incontornáveis adaptações às inovações científicas e tecnológicas do século XXI.

Os temas a abordar, estruturados em áreas temáticas, temas e subtemas segundo o plano curricular do ensino secundário, são os seguintes: Funções, Sequências e Sucessões I (Gráficos de funções afins), Álgebra (Potências de expoente inteiro, Polinómios, Equações de 2.º grau, Equações literais, Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas), Números e Operações

(Relação de ordem em R), Geometria e Medida (Medida, Trigonometria, Geometria da circunferência), Funções, Sequências e Sucessões II (Funções algébricas, Inequações, Equações do 2.º grau), Organização e Tratamento de Dados (Diagramas de extremos e quartis, Histogramas).

O ensino de todos estes temas e subtemas tem de ser suportado em atividades propostas a cada aluno e a grupos de alunos que contemplem a modelação matemática, o trabalho experimental e o estudo de situações realistas adequadas a cada curso sobre as quais se coloquem questões significativas, resolução de problemas não rotineiros e conexões entre temas matemáticos, aplicações da matemática noutras disciplinas e com relevância para interesses profissionais, recorrendo com frequência a ferramentas computacionais adequadas. Neste sentido, considera-se que as Aplicações e Modelação Matemática constituem um grande tema transversal a todos os módulos. A modelação e os problemas relacionados com as diferentes áreas profissionais constituem tanto a metodologia de trabalho privilegiada na construção dos conceitos matemáticos como uma competência a desenvolver que é imprescindível para alunos que vão enfrentar no seu trabalho profissional problemas concretos muito variados e terão de saber selecionar as ferramentas matemáticas relevantes para cada situação.

2.5 Indicações Metodológicas gerais

A Matemática é um corpo de conhecimentos científico e culturais da humanidade, baseado num modo de pensar distinto do das outras ciências existentes. Tem tanto de linguagem como de jogo, de conhecimentos como de construções e deduções, de caminho pessoal como de trabalho co criativo e colaborativo. Considera-se essencial que os professores diversifiquem as suas metodologias de ensino. Por um lado, assume-se que "o professor de matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor de matematização, isto é, deve habituar o aluno a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e, vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da matemática a problemas concretos" (Sebastião e Silva[2]). O professor proporá situações que levem os alunos a realizar atividades matemáticas: explorar, procurar generalizações, fazer conjeturas e raciocinar logicamente, analisar, experimentar, simular. Se o aluno compreender que não basta que uma hipótese formulada se verifique em alguns casos para poder tomar essa hipótese como uma afirmação verdadeira, sendo necessário encontrar uma argumentação lógica para a validar ou um contraexemplo para a rejeitar, então o aluno está a desenvolver aspetos essenciais da sua competência matemática ou poder matemático.

Para desenvolver a competência matemática consideram-se os seguintes princípios fundamentais.

[2] José Sebastião e Silva (1914-1972, matemático, investigador e pedagogo português.

1. No ensino que parte de propostas de trabalho relevantes e com significado para os alunos dos diversos cursos, a mediação do professor é um dos processos essenciais na estruturação das aprendizagens significativas e no desenvolvimento da competência matemática dos alunos. Disponibilizando as ferramentas matemáticas necessárias e participando na organização das ideias, com este tipo de ensino desenvolve-se a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção na realidade. A análise de situações da vida real, a identificação de modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução, a seleção de estratégias para resolver problemas, a formulação de hipóteses e previsão de resultados são orientações que contribuem para a formação de alunos que manifestem vontade de aprender e gosto pela pesquisa. Neste âmbito há oportunidade para apreciar o contributo da Matemática para a compreensão e resolução de problemas do Homem através do tempo.

2. A aprendizagem baseada no trabalho autónomo sobre as situações apresentadas (que podem apresentar vários níveis de resolução) e em atividades que aprofundem os conceitos introduzidos no decurso dos trabalhos, contribui para o desenvolvimento da autoconfiança dos alunos criando-lhes oportunidades para se exprimirem, fundamentarem as suas opiniões e revelarem espírito crítico, de rigor e confiança nos seus raciocínios.

3. A participação da Matemática no desenvolvimento das competências profissionais contribui para o desenvolvimento da comunicação (dos conceitos, dos raciocínios ou das ideias) com clareza e progressivo rigor lógico. A definição de trabalhos de grupo, de acordo com as motivações dos alunos, propicia o desenvolvimento do espírito de tolerância, de cooperação, do respeito pela opinião dos outros e a aceitação das diferenças, e pode contribuir para o desenvolvimento de interesses culturais e do gosto pela pesquisa.

Nesta secção são abordadas três linhas de recomendações metodológicas para o ensino da Matemática no ensino secundário: Matemática viva, aplicações e modelação, Comunicação Matemática e uso de novas tecnologias.

2.5.1. Matemática viva, aplicações e modelação

A Matemática deve ser ensinada como ciência viva, aportando sempre novos conhecimentos e novas metodologias. As aplicações e os problemas extraídos do mundo real e das profissões estão no centro do programa de matemática do 9.º ano. As aplicações integradas num contexto significativo para os alunos, são usadas como ponto de partida para cada novo assunto, sendo parte do processo de construção de conceitos matemáticos dos alunos e usadas como fonte de exercícios. Sendo as atividades de modelação e resolução de problemas centrais neste programa, enquanto pontes para as outras ciências, as tecnologias e as profissões, recomenda-se que se implementem as seguintes práticas metodológicas transversais:

- A teoria e as aplicações devem estar interligadas;

- Os problemas apresentados devem estimular os processos de pensamento em vez da aplicação de algoritmos rotineiros;

- Os contextos das situações problemáticas apresentadas devem integrar diferentes ideias matemáticas;

- Alguns dos problemas a selecionar devem ser abertos, obrigando os alunos a escolher as ferramentas matemáticas mais adequadas.

A escolha de situações ricas e variadas é essencial para a implementação das práticas metodológicas transversais acima descritas. Recomenda-se a colaboração ativa dos professores de Matemática e de outras disciplinas, em cada escola e de escolas vizinhas.

Os alunos (individualmente ou em grupo) devem ter a possibilidade de escolher as suas próprias estratégias de resolução de problemas. O facto de se poder confrontar diferentes processos de resolução de problemas permite fomentar a aprendizagem de uma forma crítica, valorizando o trabalho efetuado.

Assim, para todos os assuntos, sem esquecer a necessidade de contacto com as ideias e os métodos fundamentais da Matemática, a um certo nível, o ensino da Matemática é organizado em volta das aplicações viradas para o desenvolvimento de competências necessárias para o exercício de atividades profissionais qualificadas.

2.5.2. Comunicação Matemática

Tendo em conta a estreita dependência entre os processos de estruturação do pensamento e da linguagem, é absolutamente necessário que as atividades tenham em conta a correção da comunicação oral e escrita – os professores de todas as disciplinas devem zelar pela correção e rigor dos raciocínios e sua expressão oral e escrita. O aluno deve ser levado a verbalizar os raciocínios e discutir processos, confrontando-os com outros, tanto quanto for necessário para que atinja a segurança comunicacional. Deve ser capaz de argumentar com lógica, isto é, consistente e coerentemente. É necessário proporcionar ao aluno oportunidades para expor temas preparado (solicitado ou por iniciativa própria) a resolução de um problema ou a parte que lhe cabe num trabalho de grupo. Os trabalhos escritos, individuais ou de grupo, quer sejam pequenos relatórios, monografias, devem ser apresentados de forma clara, concisa, organizada e com aspeto gráfico cuidado.

2.5.3. Uso de novas tecnologias

O uso de tecnologias de apoio ao cálculo, apresentação e tratamento de dados, com capacidades gráficas e de comunicação, é fundamental para a criação e o desenvolvimento de competências úteis a todos os desempenhos profissionais bem como à continuação dos estudos. Pelas suas especificidades, a calculadora gráfica, o telemóvel, o tablet e o computador completarão os meios à disposição dos professores e alunos para executar os diferentes aspetos de uma atividade matemática, seja ela a construção de um conceito, uma demonstração ou a resolução de um problema. Com efeito permitem:

- Obter rapidamente uma representação simbólica e visual de um problema ou de um conceito, a fim de lhe dar sentido e favorecer a aprendizagem pelo aluno;

- Economizar tempo de cálculo e representação, podendo o tempo disponível ser empregue na discussão dos resultados e na resolução de outros problemas, do mesmo tipo ou não;

- Ligar aspetos diferentes (gráfico, numérico e algébrico) de um mesmo conceito ou de uma mesma situação e fazer o seu tratamento simultaneamente;

- Explorar situações fazendo aparecer de forma dinâmica diferentes configurações no tempo, por exemplo;

- Proceder de forma rápida à verificação de resultados que, de outra forma não se enquadrariam no tempo da aula.

Os objetivos de aprendizagem constantes do programa de Matemática do 9.º ano são facilitados com recurso à dimensão gráfica, e essa dimensão só é plenamente atingida quando os alunos traçam uma grande quantidade e variedade de gráficos com apoio de tecnologia adequada (calculadoras gráficas, tablets, smartphones e computadores). Os objetivos do trabalho de modelação matemática só serão plenamente atingido se for possível trabalhar na sala de aula as diversas fases do processo, embora não seja exigível que se tratem todas simultaneamente e em todas as ocasiões.

i) Calculadoras gráficas, telemóveis e tablets

As calculadoras gráficas (que são também calculadoras científicas), os telemóveis e os tablets usando software de computação gráfica, são ferramentas que cada vez mais se utilizarão correntemente e devem ser entendidas não só como instrumentos de cálculo mas essencialmente como meios incentivadores do espírito de pesquisa. Tendo em conta a investigação e as experiências realizadas até hoje, há vantagens em que se explorem com a calculadora gráfica, os telemóveis e os tablets usando software de computação gráfica, os seguintes tipos de atividade matemática:

- Abordagem numérica de problemas, valores aproximados e erros;

- Valores aproximados de funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas;

- Uso de manipulações algébricas para resolver equações e inequações e posterior confirmação usando métodos gráficos;

- Uso de métodos gráficos para resolver equações e inequações e posterior confirmação usando métodos algébricos;

- Modelação, simulação e resolução de situações problemáticas;

- Uso de cenários visuais para ilustrar conceitos matemáticos como na teoria de conjuntos e relações, por exemplo;

- Uso de métodos visuais para resolver equações e inequações que não podem ser resolvidas, ou cuja resolução é impraticável, com métodos algébricos;

- Condução de experiências matemáticas, elaboração e análise de conjeturas;

- Estudo e classificação do comportamento de diferentes classes de funções;

- Antevisão de conceitos do cálculo diferencial (limites, derivadas, integrais);

- Investigação e exploração de várias ligações entre diferentes representações para uma situação problemática.

Os alunos devem ter oportunidade de entender que aquilo que a calculadora, os telemóveis e os tablets apresentam no seu écran pode ser uma visão distorcida da realidade; é importante que os alunos descrevam os raciocínios utilizados e interpretem aquilo que se lhes apresenta de modo que não se limitem a “copiar" o que veem.

ii) Computadores

O computador, pelas suas potencialidades, nomeadamente nos domínios da geometria dinâmica e da representação gráfica de funções e da simulação, permite atividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, pelo que constitui um valioso apoio a alunos e professores, devendo a sua utilização considerar-se muito relevante para a implementação deste programa. Vários tipos de programas de computador são muito úteis e enquadram-se no espírito do programa de matemática do 9.º ano. Programas de Geometria Dinâmica, de Cálculo Numérico e Estatístico, de Gráficos e Simulação, de Álgebra Computacional, fornecem diferentes tipos de perspetivas tanto a professores como a alunos. Neste sentido recomenda-se enfaticamente o uso de computadores, tanto em salas onde os alunos poderão ir realizar trabalhos práticos, como em salas com condições para se dar uma aula em ambiente computacional. Os alunos devem ter oportunidade de trabalhar diretamente com um computador, com a maior frequência possível de acordo com o material disponível. Nesse sentido as escolas são incentivadas a equipar-se com o material necessário para que tal tipo de trabalhos se possa realizar com a regularidade que o professor julgar aconselhável, recomendando-se que se constituam Laboratórios de Matemática.

Ao usar a calculadora gráfica, o telemóvel, o tablet ou o computador, os alunos devem:

- Observar que podem ser apresentadas diferentes representações gráficas de um mesmo gráfico, variando as escalas da representação gráfica;

- Explorar claramente os diversos comportamentos e saber evitar conclusões apressadas;

- Ser incentivados a elaborar conjeturas em função do que se lhes apresenta e ser sistematicamente treinados na análise crítica de todas as conclusões;

- Traçar sempre um número apreciável de funções tanto manualmente em papel quadriculado ou papel milimétrico como usando calculadora gráfica, tablet ou computador;

- Observar que a representação gráfica depende de forma decisiva da escala de visualização escolhido.

Um aluno pode ser confrontado com situações em que erros de aproximação conduzam a resultados absurdos. Quando isso acontecer deve saber analisar criticamente a situação, usando dados do problema em causa. Como forma de diminuir a possibilidade de ocorrência de situações dessas, deve ser feita a recomendação genérica de, nos cálculos intermédios, se tomar um grau de aproximação substancialmente superior ao grau de aproximação que se pretende para o resultado.

iii) Internet

É recomendável que as escolas disponham de ligação à Internet. O professor não deve deixar de tirar todo o partido deste novo meio de comunicação, seja como fonte de informação, seja como fonte de pesquisa e de recolha de dados. A participação em atividades envolvendo alunos de escolas diferentes é um bom meio de estimular a realização de atividades ligadas a situações reais e concretas.

2.6 Indicações gerais para a Avaliação das Aprendizagens

Pretende-se que as situações de avaliação sejam contínuas, tenham em conta o processo de aprendizagem e permitam que o aluno seja um elemento ativo, reflexivo e responsável da sua aprendizagem. As atividades de aprendizagem deverão ser encaradas como tarefas de avaliação. O professor pode ficar a conhecer o que os alunos são capazes de fazer perante um problema concreto ou mediante uma proposta de investigação; esses dados podem ser utilizados para orientar aprendizagens posteriores que ofereçam aos alunos oportunidade de ir integrando as novas aprendizagens de forma positiva e consciente.

O professor não deve reduzir as suas formas de avaliação aos testes escritos. Recomenda-se fortemente que se recorra à resolução de problemas, composições/reflexões, projetos para a resolução de problemas do dia-a-dia, relatórios ou outras, que reforcem a importante componente da comunicação matemática, sendo realizado de forma individual, de grupo, de um trabalho de projeto ou outro julgado adequado. Recomenda-se também a utilização de "testes em duas fases" que permitem o desenvolvimento da persistência na procura de soluções para situações novas, para além de contribuírem para uma atitude de reflexão sobre a aprendizagem.

Em cada tema são indicadas atividades importantes a realizar, pelo que a avaliação de cada tema deve valorizar adequadamente a atividade desenvolvida pelo aluno. Como orientação geral são indicadas em cada tema as formas de avaliação sumativa mais adequadas às atividades desenvolvidas no tema. Entende-se que os professores poderão substituir cada prova proposta por uma ou mais provas que avaliem de forma equivalente as competências essenciais desenvolvidas em cada tema ou conjunto de temas, nos termos das normas legais e orientações centrais aplicáveis.

A disciplina de Matemática é sujeita a avaliação sumativa interna e externa concretizada na realização de exames nacionais. Assim, esta modalidade de avaliação aplica-se apenas para efeitos de prosseguimento de estudos de nível superior aos alunos dos cursos profissionais, cujas portarias de criação identifiquem a Matemática como disciplina sujeita a exame.

3. ROTEIROS DE APRENDIZAGEM

3.1 Natureza e Roteiros de Aprendizagens do 9.º ano

O roteiro de aprendizagens de Matemática começa com matérias que retomam e reforçam e completam as trabalhadas no Ensino Básico.

TEMA ESPECÍFICOS Conteúdos de aprendizagem	**APRENDIZAGENS ESSENCIAIS** **Objetivos essenciais de aprendizagem conhecimentos, capacidades e atitudes**	**DESCRITORES DO PERFIL DOS ALUNOS**
NÚMEROS E OPERAÇÕES		
Números reais	Reconhecer números inteiros, racionais e reais nas suas diferentes representações, incluindo a notação científica, em contextos matemáticos e não matemáticos. Reconhecer que as propriedades das operações em $\mathbb{Q}$ se mantêm em $\mathbb{R}$, e utilizá-las em situações que envolvem cálculo. Comparar números reais, em contextos diversos, com e sem recurso à reta real.	RLGT CDDIC RP PCR PC

	Reconhecer e aplicar as propriedades da ordem em $\mathbb{R}$. Definir intervalo de números reais e realizar operações conjuntistas com os intervalos. Calcular com números reais, com e sem calculadora, recorrendo a valores exatos e a valores aproximados e em diferentes representações. Avaliar os efeitos das operações nos valores aproximados e nos erros e fazer estimativas plausíveis.	LLC AA CT CGOPEFE
FUNÇÕES, SEQUÊNCIAS E SUCESSÕES I		
Gráficos de funções afins	**1. i)** Reconhecer, dada uma função $f: D \to \mathbb{R}$, que o gráfico da função definida pela expressão $g(x) = f(x) + b$ (sendo $b \in \mathbb{R}$), num referencial cartesiano ortogonal e monométrico, se obtém do gráfico da função f por translação de vetor definido pelo segmento orientado de origem no ponto de coordenadas $(0{,}0)$ e extremidade de coordenadas $(0, b)$. **ii)**. Reconhecer que as retas não verticais são os gráficos das funções afins e, dada uma reta de equação $f(x) = ax + b$ designar *a* por «declive» da reta e *b* por «ordenada na origem». **iii).** Reconhecer que duas retas não verticais são paralelas quando (e apenas quando) têm o mesmo declive. **iv).** Reconhecer, dada uma reta determinada por dois pontos de coordenadas(a, b) e de coordenadas(c, d) que a reta não é vertical quando (e apenas quando)$(c - a)$ é diferente de zero e que, nesse caso, o declive de é igual a $(b - d)/(c - a)$ **v).** Reconhecer que os pontos do plano de abcissa igual a *c* (sendo *c* um dado número real) são os pontos da reta vertical que passa pelo ponto de coordenadas $(c, 0)$e designa por equação dessa reta a equação «$x = c$». **2. i)** Determinar a expressão algébrica de uma função afim dados dois pontos do respetivo gráfico. **ii)** Determinar a equação de uma reta paralela a outra dada e que passa num determinado ponto. **iii)** Resolver problemas envolvendo equações de retas em contextos diversos.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CHS CT CPRAC CGOPEFE
ÁLGEBRA I		
Potências de expoente racional	**1. i)** Identificar, dado um número não nulo *a*, a potência a^0como o número 1, reconhecendo que esta definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m . a^n$ a expoentes positivos ou nulos. **ii)** Identificar, dado um número não nulo e um número natural n, a potência a^{-n} como o número $1/_{a^n}$ reconhecendo que esta	RLGT RP PCR PC LLC

	definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m . a^n$ a expoentes inteiros. **iii)** Identificar, dado um número não nulo e um número racional p/q, a potência $a^{\frac{p}{q}}$ como o número raiz de índice p de a^p, reconhecendo que esta definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m . a^n$ a expoentes racionais. **iv)** Estender as propriedades previamente estudadas das potências de expoente natural às potências de expoente racional. **v)** Calcular o valor de uma expressão algébrica, envolvendo potências e radicais. **2.** Resolver problemas envolvendo o conceito de potência de expoente racional e radicais.	AA CT
Polinómios	**1. i)** Identificar «polinómio» como sendo uma soma algébrica de monómios (designados por «termos do polinómio»). **ii)** Reconhecer «variáveis do polinómio» ou «indeterminadas do polinómio» como sendo as variáveis dos respetivos termos e «coeficientes do polinómio» como sendo os coeficientes dos respetivos termos. **iii)** Identificar «forma reduzida» de um polinómio como sendo qualquer polinómio que se possa obter do polinómio dado eliminando os termos nulos, adicionando algebricamente os termos semelhantes e eliminando as somas nulas, e, no caso de por este processo não se obter nenhum termo, identificar a forma reduzida como « 0». **iv)** Reconhecer como polinómios «iguais» os que admitem uma mesma forma reduzida; reconhecer como «termo independente de um polinómio» o termo de grau zero de uma forma reduzida e por «polinómio nulo» um polinómio com forma reduzida «0». **v)** Identificar o «grau» de um polinómio não nulo como sendo o maior dos graus dos termos de uma forma reduzida desse polinómio. **vi)** Identificar, dados polinómios não nulos, o «polinómio soma» (respetivamente «polinómio diferença») como o que se obtém ligando os polinómios parcelas através do sinal de adição (respetivamente «subtração») e designar ambos por «soma algébrica» dos polinómios dados. **vii)** Reconhecer que se obtém uma forma reduzida da soma algébrica de dois polinómios na forma reduzida adicionando algebricamente os coeficientes dos termos semelhantes, eliminando os nulos e as somas nulas assim obtidas e adicionando os termos assim obtidos, ou concluir que a soma algébrica é nula se todos os termos forem assim eliminados. **viii)** Identificar o «produto» de dois polinómios como o polinómio que se obtém efetuando todos os produtos possíveis de um termo de um por um termo do outro e adicionando os resultados obtidos.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CT

	ix) Reconhecer, dada uma soma (respetivamente produto) de polinómios, que substituindo as indeterminadas por números, obtém-se uma expressão numérica de valor igual à soma (respetivamente produto) dos valores das expressões numéricas que se obtêm substituindo, nas parcelas (respetivamente fatores), as indeterminadas respetivamente pelos mesmos números. **x)** Deduzir as fórmulas do quadrado de um binómio. **xi)** Reconhecer os casos notáveis da multiplicação como igualdades entre polinómios e demonstrá-los. **xii)** Efetua operações entre polinómios, determinar formas reduzidas e os respetivos graus. **2. i)** Resolver problemas que associem polinómios a medidas de áreas e volumes interpretando geometricamente igualdades que os envolvam. **ii)** Fatorizar polinómios colocando fatores comuns em evidência e utilizando os casos notáveis da multiplicação de polinómios.	
Equação do 2.º grau	**1.i)** Identificar uma equação do 2.º grau com uma incógnita como sendo uma igualdade entre dois polinómios, com uma variável, redutível à equação que se obtém igualando a «0» um polinómio de 2.º grau com uma variável, por adição algébrica de termos iguais a ambos os membros. **ii)** Reconhecer a equação do 2.º grau $ax^2 + bx + c = 0$ (a diferente de zero) «incompleta» quando $b = 0$ ou $c = 0$. **iii)** Demonstrar que a equação do 2.º grau $x^2 = k$ não tem soluções se $k < 0$, tem uma única solução se $k = 0$ e tem duas soluções simétricas se $k > 0$. **vi)** Aplicar a lei do anulamento do produto à resolução de equações de 2.º grau, reconhecendo, em cada caso, que não existem mais do que duas soluções e simplificando as expressões numéricas das eventuais soluções. **vii)** Aplicar a relação entre as raízes de um polinómio de grau 2 e os coeficientes desse polinómio (soma e produto) na resolução de equações do 2º grau. **2**. Resolver problemas envolvendo equações de 2.º grau.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CHS CT
Equações literais	**1.** Reconhecer uma «equação literal» como sendo uma equação que se obtém igualando dois polinómios de forma que pelo menos um dos coeficientes envolva uma ou mais letras. **2.** Resolver equações literais do 1.º e do 2.º grau em ordem a uma dada incógnita considerando apenas essa incógnita como variável dos polinómios envolvidos e as restantes letras como constantes. **3.** Resolver problemas envolvendo equações literais.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CT

Resolução de sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas	**1. i).** Identificar um «sistema de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas x e y um sistema de duas equações numéricas redutíveis à forma «$ax + by = c$» tal que os coeficientes e não são ambos nulos e utilizar corretamente a expressão «sistema na forma canónica». **ii)**Transformar um sistema dado em sistemas equivalentes aplicando corretamente os princípios de equivalências de sistemas; **iii)** Identificar, fixada uma ordem para as incógnitas, o par ordenado de números $\left(x_{0,}y_{0,}\right)$ como «solução de um sistema com duas incógnitas» como o caso em que, ao substituir em cada uma das equações a primeira incógnita por $x_{0,}$ e a segunda por $y_{0,}$ se obtêm duas igualdades verdadeiras e como «sistemas equivalentes» os sistemas com o mesmo conjunto de soluções. **iv)** Interpretar geometricamente os sistemas de duas equações de 1.º grau num plano munido de um referencial cartesiano e reconhecer que um tal sistema ou não possui soluções («sistema impossível»), ou uma única solução («sistema possível e determinado») ou as soluções são as coordenadas dos pontos da reta definida por uma das duas equações equivalentes do sistema («sistema possível e indeterminado»). **2. i)** Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau pelo método de substituição. **ii)** Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau pelo método de redução ou adição ordenada. **3.** Resolver problemas utilizando sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CHS CT CPRAC CGOPEFE
GEOMETRIA E MEDIDA		
Figuras geométricas	Analisar figuras geométricas planas e tridimensionais, incluindo a circunferência, o círculo e a esfera, identificando propriedades relativas a essas figuras, e classificá-las de acordo com essas propriedades. Relacionar a amplitude de um ângulo ao centro e de um ângulo inscrito numa circunferência com as dos arcos correspondentes e utilizar essas relações na resolução de problemas em contextos matemáticos e não matemáticos. Identificar e construir lugares geométricos (circunferência, círculo, mediatriz e bissetriz) e utilizá-los na resolução de problemas geométricos.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CT CPRAC

Medida distâncias, áreas e volumes	Reconhecer o significado de fórmulas para o cálculo de distâncias, de áreas da superfície e de volumes de sólidos, incluindo a esfera, e usá-las na resolução de problemas métricos em contextos matemáticos e não matemáticos, em particular, usando os métodos de composição e decomposição de figuras.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CT CPRAC
Trigonometria	Reconhecer as razões trigonométricas de um ângulo agudo (seno, cosseno e tangente) como razões entre as medidas de comprimento de lados de um triângulo retângulo e estabelecer relações entre essas razões ($sen^2a + cos^2a = 1$, $tga = \frac{sena}{cosa}$). Utilizar razões trigonométricas e as suas relações, na resolução de problemas em contextos matemáticos e não matemáticos.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CT CPRAC
Circunferência	Reconhecer e determinar os elementos de uma circunferência. Definir e identificar ângulos da circunferência: ângulos ao centro, ângulo inscrito, angulo ex- inscrito e angulo de um segmento. Relacionar triângulos, ângulos e arcos de uma circunferência. Resolver problemas envolvendo circunferências.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CHS CT CPRAC CGOPEFE
FUNÇÕES, SEQUÊNCIAS E SUCESSÕES II		
Sequências e regularidades	Reconhecer regularidades e determinar uma lei de formação de uma sequência de números reais e uma expressão algébrica (incluindo as de 2.º grau) que a representa.	RLGT CDDIC RP

		PCR PC LLC AA CHS CT CPRAC CGOPEFE
Funções	Reconhecer uma função em diversas representações, e interpretá-la como relação entre variáveis e como correspondência unívoca entre dois conjuntos, e usar funções para representar e analisar situações, em contextos matemáticos e não matemáticos. Representar e interpretar graficamente uma função (incluindo a função afim e a de proporcionalidade inversa e a do tipo $y = ax^2, a \neq 0$), e relacionar a representação gráfica com a algébrica e reciprocamente.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CHS CT CPRAC CGOPEFE
ÁLGEBRA II		
Inequações	Reconhecer, interpretar e resolver inequações do 1.º grau a uma incógnita, recorrendo aos conhecimentos sobre equações lineares e sobre a ordem em R; Reconhecer, interpretar e resolver graficamente inequações do 1.º grau a uma incógnita, recorrendo aos conhecimentos sobre a representação da função afim. Representar situações em contextos matemáticos e não matemáticos que envolvam as inequações do primeiro grau.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CHS CT CPRAC CGOPEFE

ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS		
Tratamento de dados	Recolher, organizar e representar dados recorrendo a diferentes representações, incluindo o histograma, e interpretar a informação representada. Analisar e interpretar informação contida num conjunto de dados recorrendo às medidas estatísticas mais adequadas e reconhecer o seu significado no contexto de uma dada situação e formular conjeturas. Planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos e interpretar os resultados obtidos usando linguagem estatística, incluindo a comparação de dois ou mais conjuntos de dados identificando as suas semelhanças e diferenças.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CHS CT CPRAC CGOPEFE
Tabelas de dupla entrada e matrizes	Reconhecer tabelas de dupla entrada em problemas do dia-a-dia; Identificar a matriz associada a uma tabela de dupla entrada; Operar com tabelas e matrizes; Utilizar tabelas e matrizes na modelação de problemas. Resolver problemas envolvendo tabelas e matrizes em contextos matemáticos e não matemáticos.	RLGT CDDIC RP PCR PC LLC AA CHS CT CPRAC CGOPEFE

A tabela abaixo resume as competências transversais a serem adquiridas:

TEMAS TRANSVERSAIS Conteúdos de aprendizagem	**APRENDIZAGENS ESSENCIAIS TRANSVERSAIS Objetivos essenciais de aprendizagem conhecimentos, capacidades e atitudes**	**PRÁTICAS ESSENCIAIS TRANSVERSAIS DE APRENDIZAGEM**
Resolução de problemas	Resolver problemas utilizando cada um dos conteúdos de aprendizagem listados, em contextos matemáticos e não matemáticos, concebendo e	Reconhecer relações entre as ideias matemáticas no campo algébrico e

	aplicando estratégias para a sua resolução, incluindo a utilização de tecnologia, e avaliando a plausibilidade dos resultados.	aplicar essas ideias em outros domínios matemáticos e não matemáticos. Resolver problemas que requeiram a aplicação de conhecimentos já aprendidos e apoiem a aprendizagem de novos conhecimentos. Resolver e formular problemas, analisar estratégias variadas de resolução e apreciar os resultados obtidos. Abstrair e generalizar, e reconhecer e elaborar raciocínios lógicos e outros argumentos matemáticos, discutindo e criticando argumentos de outros. Comunicar utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar, procedimentos, raciocínios e conclusões. Analisar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.
Raciocínio matemático	Desenvolver a capacidade de abstração e de generalização, e de compreender e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos.	
Comunicação matemática	Exprimir, oralmente e por escrito, ideias matemáticas, com precisão e rigor, para explicar e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia).	
Poder matemático	Desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social. Desenvolver confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem. Desenvolver persistência, autonomia e à-vontade em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.	

3.2. Roteiro de Aprendizagem e Indicadores de Avaliação do Programa do 9.º ano

Nos quadros abaixo apresenta-se o roteiro das aprendizagens, por tema e subtema. Para cada subtema sugere-se uma dosagem horária, com base numa estimativa que relaciona a novidade do subtema, a sua profundidade, a necessidade de prática e reforço da aprendizagem. A proposta tem por base a carga horária semanal de **4 horas** e varia de 6 a 8 horas, isto é, de semana e meia a duas semanas, num total de **114 horas de aulas** (**28 semanas e meia**). Tendo em consideração que o ano letivo tem, em, média, a duração de **36 semanas**, ficam ainda **7 semanas e meia semanas** (**30 horas**) para avaliação, reforço de aprendizagens e atividades de enriquecimento.

Avaliação Diagnóstica			
Conteúdos e Conceitos	**Objetivos de Aprendizagem (Conhecimentos, Procedimentos, atitudes)**	**Sugestões Metodológicas**	**Indicadores de Avaliação das Aprendizagens**
Os do Ensino Básico, com especial incidência no 7º e 8º anos.	Os do Ensino Básico, com especial incidência no 7º e 8º anos.	Aplicar o teste na aula seguinte à da apresentação do professor, alunos e disciplina.	Os do Ensino Básico, com especial incidência no 7º e 8º anos.

Números e Operações

Relação de ordem em ℝ (6h)

Conteúdos e Conceitos	**Objetivos de Aprendizagem (Conhecimentos, Procedimentos, atitudes)**	**Sugestões Metodológicas**	**Indicadores de Avaliação das Aprendizagens**
Propriedades da relação de ordem em R - Monotonia da adição; - Monotonia parcial da multiplicação; - Adição e produto de inequações membro a membro; - Monotonia do quadrado e do cubo; - Inequações e passagem ao inverso; - Simplificação e ordenação de expressões numéricas reais envolvendo frações, dízimas ou radicais, utilizando as propriedades da relação de ordem em . Intervalos - Intervalos de números reais; - Representação de intervalos de números reais na reta numérica;	**1.** Reconhecer propriedades da relação de ordem em ℝ. **2.** Reconhecer intervalos de números reais Operar com intervalos de números reais (enquanto conjuntos); **3.** Operar com valores aproximados de números reais; **4.** Resolver problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas em contextos diversos.	-Mostrar que dados três números racionais a, b e c, escritos na forma fracionaria, sendo $a < b$ e verificar que $a + c < b + c$ e comparar as frações obtidas. -Mostrar que sendo a, b e $c \in \mathbb{R}$,,$a < b$ e $c > 0$, então $ac < bc$ e se $a < c$ e$c < 0$, então $ac > bc$ -Usar a propriedade $a + c < b + c$ e mostrar que ela é extensiva ao conjunto dos números reais. -Definir, identificar e representar na reta numérica, por aproximação, o número irracional. -Propor exercícios de representação de números reais na reta numérica e em seguida introduzir os intervalos numéricos.	**1.i)** Reconhece, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$ que se tem $q + s < r + s$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais. **ii)** Reconhece, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$ e $s > 0$, que se tem $qs > rs$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais. **iii)** Reconhece, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$ e $s < 0$, que se tem $qs > rs$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.

- Interseção e reunião de intervalos. **Valores aproximados de resultados de operações** - Aproximações da soma e do produto de números reais; - Aproximações de raízes quadradas e cúbicas; - Problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas.		-Utilizar com rigor as propriedades da relação de ordem, representados sob a forma de intervalos reais. -Identificar a região correspondente na reta real, pintando-as e efetuar as operações união e interseção. -Mostrar a localização de alguns intervalos de números reais na reta numérica e comentar que a cada intervalo real se atribui uma reta, semirreta ou segmento de reta (incluindo ou não os extremos). -Calcular com ou sem a calculadora os números reais, recorrendo a valores exatos e aproximados e em diferentes representações. - Fazer estimativas plausíveis. -Utilizar valores aproximados de números reais em contextos diversos.	**iv)** Prova que para $a, b, c\ e\ d$ números reais com $a < b\ e\ c < d$ se tem $a\ + c < b + d$ e, no caso de $a, b, c\ e\ d$ serem positivos, $ac < bd$. **v)** Justifica, dados dois números reais positivos $a\ e\ b$, que se $a < b$ então $a^2 < b^2$ e $a^3 < b^3$, observando que esta última propriedade se estende a quaisquer dois números reais. **vi)** Justifica, dados dois números reais positivos $a\ e\ b$, que se $a < b$ então $1/_a > 1/_b$ **vii)** Simplifica e ordena expressões numéricas reais que envolvam frações, dízimas e radicais utilizando as propriedades da relação de ordem. **2.i)** Identifica, dados dois números reais $a\ e\ b$ (com $a < b$ os «intervalos não degenerados», ou simplesmente «intervalos», $[a, b]$, $]a, b[$, $[a, b\ [$, $]a, b]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais tais que, respetivamente $a \leq x \leq b, a < x < b, a \leq x < b\ e\ x < a \leq b$ designando por «extremos» destes intervalos os números e utilizar corretamente os termos «intervalo fechado», «intervalo aberto» e «amplitude de um intervalo». **ii)** Identifica, dado um número real ,, os intervalos$[a, +\infty[,]a, +\infty[$, $]-\infty, a[,]-\infty, a]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais tais que, respetivamente, $x \geq a, x > a, x < a\ e\ x = a$ e designar os símbolos $-\infty\ e\ +\infty$ por, respetivamente, «menos infinito» e «mais infinito». **iii)** Identifica o conjunto dos números reais como intervalo, representando-o por $]-\infty, +\infty[$

			iv) Representa intervalos na reta numérica. **v)** Determina interseções e reuniões de intervalos de números reais, representando-as, quando possível, sob a forma de um intervalo ou, caso contrário, de uma união de intervalos disjuntos. **3.i)** Identifica, dado um número e um número positivo r, um número x' como uma «aproximação de com erro inferior a r» quando x' pertence $]x-r, x+r[$. **ii)** Reconhece, dados dois números reais x e y e aproximações $x' e\ y'$ respetivamente de e com erro inferior a r , que $x'+y'$ é uma aproximação de $x+y$ com erro inferior a $2r$. **iii)** Aproxima o produto de dois números reais pelo produto de aproximações dos fatores, majorando por enquadramentos o erro cometido. **iv)** Aproxima raízes quadradas (respetivamente cúbicas) com erro inferior a um dado valor positivo r, determinando números racionais cuja distância seja inferior a *r* e cujos quadrados (respetivamente cubos) enquadrem os números dados. **4.**Resolve problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas em contextos diversos.

Funções, Sequências e Sucessões I

Gráficos de funções afins (6h)

Conteúdos e Conceitos	Objetivos de Aprendizagem (Conhecimentos, Procedimentos, atitudes)	Sugestões Metodológicas	Indicadores de Avaliação das Aprendizagens
Gráficos de funções afins - Equação de reta não vertical e gráfico de função linear ou afim; - Declive e ordenada na origem de uma reta não vertical; - Relação entre declive e paralelismo; - Relação entre declive e perpendicularidade; - Determinação do declive de uma reta determinada por dois pontos com abcissas distintas; - Equação de reta vertical; - Problemas envolvendo equações de retas.	**1.** Identificar as equações das retas do plano munido de um referencial cartesiano ortogonal e monométrico; **2.** Resolver problemas envolvendo gráficos de funções afins	Recordar os conceitos sobre funções lineares a afins estudadas no 8º ano Demonstrar, utilizando o teorema de Tales, que as retas não verticais num dado plano que passam pela origem de um referencial cartesiano nele fixado são os gráficos das funções lineares e justificar que o coeficiente de uma função linear é igual à ordenada do ponto do gráfico com abcissa igual a e à constante de proporcionalidade entre as ordenadas e as abcissas dos pontos da reta, designando-o por «declive da reta» no caso em que o referencial é ortogonal e monométrico. Relacionar o declive da reta não vertical $y = ax + b$ com a abcissa na origem e a ordenada na origem. Equacionar, visualizar graficamente e resolver problemas do tipo: a diferença entre o dobro de um número e o triplo de outro é menor que 3.	**1.i)** Reconhece, dada uma função $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ que o gráfico da função definida pela expressão $g(x) = f(x) + b$ (sendo b um número real) se obtém do gráfico da função f por translação de vetor definido pelo segmento orientado de origem no ponto de coordenadas $(0,0)$ e extremidade de coordenadas $(0, b)$. **ii).** Reconhece que as retas não verticais são os gráficos das funções afins e, dada uma reta de equação $y = ax + b$, designa a por «declive» da reta e b por «ordenada na origem», designa por abcissa na origem (ou zero da função) o ponto de coordenadas$\left(\frac{b}{a}, 0\right)$; **iv)**Traça o gráfico da função $y = ax + b$ como sendo a reta que passa pela abcissa na origem e pela ordenada na origem; **iv)** Reconhece que duas retas não verticais são paralelas quando (e apenas quando) têm o mesmo declive. **v)** Reconhece, dada uma reta determinada por dois pontos de coordenadas (a, b) e de coordenadas (c, d), que a reta não é vertical quando (e apenas quando)$(c - a)$ é diferente de zero e que, nesse caso, o declive de é igual a $\frac{(b-d)}{(c-a)}$

			vi) Reconhece que os pontos do plano de abcissa igual a c (sendo c um dado número real) são os pontos da reta vertical que passa pelo ponto de coordenadas$(c, 0)$ e designa por equação dessa reta a equação «$x = c$». **2.i)** Determina a expressão algébrica de uma função afim dados dois pontos do respetivo gráfico. **ii)** Determina a equação de uma reta paralela a outra dada e que passa num determinado ponto. **iii)** Resolve problemas envolvendo equações de retas em contextos diversos.
Álgebra I			
Potências de expoente racional (6h)			
- Potência de expoente nulo; - Potência de expoente negativo; - Extensão a potências de expoente inteiro e racional das propriedades conhecidas das potências de expoente natural.	**1.** Estender o conceito de potência a expoentes racionais -Definir potencias de expoente negativo; -Operar com potencias de expoente negativo; -Definir potencias de expoente racional; -Operar com potencias de expoente racional; -Calcular valor de expressões algébricas com aplicação do conceito de potencia; **2.** Resolver problemas envolvendo o conceito de potência de expoente racional.	Deve-se iniciar por recordar as propriedades das operações com potências de expoente natural, expoente nulo, e proceder à extensão gradativa aos expoentes negativos e expoentes racionais Aplicar as propriedades das operações com potencia e fazer a sua extensão para casos de potencia com expoente racional.	**1.i)** Identifica, dado um número não nulo a, a potência a^0 como o número 1, reconhecendo que esta definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m . a^n$ a expoentes positivos ou nulos. **ii)** Identifica, dado um número não nulo e um número natural n, a potência a^{-n} como o número, $\frac{1}{a^{-n}}$ reconhecendo que esta definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m . a^n$ a expoentes inteiros. **iii)** Estende as propriedades previamente estudadas das potências de expoente natural às potências de expoente racional. **2.** Resolve problemas envolvendo o conceito de potência de expoente racional.

Polinómios (8h)			
- Polinómios; termos; variáveis ou indeterminadas, coeficientes; forma reduzida; igualdade de polinómios; termo independente; polinómio nulo; - Grau de um polinómio; - Soma algébrica e produto de polinómios; - Casos notáveis da multiplicação como igualdades entre polinómios; - Problemas associando polinómios a medidas de áreas e volumes, interpretando geometricamente igualdades que os envolvam; - Problemas envolvendo polinómios, casos notáveis da multiplicação de polinómios e factorização.	**1.** Reconhecer e operar com polinómios **2.** Resolver problemas envolvendo polinómios e suas operações	Recordar os conceitos de monómio e polinómio estudados no 7º ano, adição e produto, para então se estudarem os casos notáveis e a factorização. O produto de dois polinómios pode fazer-se a partir do calculo da área de um retângulo subdividido, por exemplo. Mostrar a sua aplicação na resolução de equações e inequações.	**1.i)** Identifica «polinómio» como sendo uma soma algébrica de monómios (designados por «termos do polinómio»). **ii)** Reconhece «variáveis do polinómio» ou «indeterminadas do polinómio» como sendo as variáveis dos respetivos termos e «coeficientes do polinómio» como sendo os coeficientes dos respetivos termos. **iii)** Identifica «forma reduzida» de um polinómio como sendo qualquer polinómio que se possa obter do polinómio dado eliminando os termos nulos, adicionando algebricamente os termos semelhantes e eliminando as somas nulas, e, no caso de por este processo não se obter nenhum termo, identificar a forma reduzida como « 0». **iv)** Reconhece como polinómios «iguais» os que admitem uma mesma forma reduzida, como «termo independente de um polinómio» o termo de grau de uma forma reduzida e por «polinómio nulo» um polinómio com forma reduzida «0». **v)** Identifica o «grau» de um polinómio não nulo como sendo o maior dos graus dos termos de uma forma reduzida desse polinómio. **vi)** Identifica, dados polinómios não nulos, o «polinómio soma» (respetivamente «polinómio diferença») como o que se obtém ligando os polinómios parcelas através do sinal de adição (respetivamente «subtração») e designar ambos por «soma algébrica» dos polinómios dados. **vii)** Reconhece que se obtém uma forma reduzida da soma algébrica de dois polinómios

			na forma reduzida adicionando algebricamente os coeficientes dos termos semelhantes, eliminando os nulos e as somas nulas assim obtidas e adicionando os termos assim obtidos, ou concluir que a soma algébrica é nula se todos os termos forem assim eliminados. **viii)** Identifica o «produto» de dois polinómios como o polinómio que se obtém efetuando todos os produtos possíveis de um termo de um por um termo do outro e adicionando os resultados obtidos. **ix)** Reconhece, dada uma soma (respetivamente produto) de polinómios, que substituindo as indeterminadas por números, obtém-se uma expressão numérica de valor igual à soma (respetivamente produto) dos valores das expressões numéricas que se obtêm substituindo, nas parcelas (respetivamente fatores), as indeterminadas respetivamente pelos mesmos números. **x)** Reconhece os casos notáveis da multiplicação como igualdades entre polinómios e demonstrá-los. **xi)** Efetua operações entre polinómios, determinar formas reduzidas e os respetivos graus. **2.i)** Resolve problemas que associem polinómios a medidas de áreas e volumes interpretando geometricamente igualdades que os envolvam. **ii)** Fatoriza polinómios colocando fatores comuns em evidência e utilizando os casos notáveis da multiplicação de polinómios.

Equações do 2.º grau (8h)			
- Equação do 2.º grau; equação incompleta; - Resolução de equações incompletas de 2.º grau - Resolução de equações de 2.º grau tirando partido da lei do anulamento do produto; -Equações de 2.º grau completas; completamento do quadrado - Fórmula resolvente - Relação entre as soluções de uma equação de grau 2, $ax^2 + bx + c = 0$ e os coeficientes de a, b e c. - Problemas geométricos e algébricos envolvendo equações de 2.º grau	**1.** Identificar uma equação do segundo grau; Completar quadrados e resolver equações do 2.º grau; **2.** Resolver problemas geométricos e algébricos envolvendo equações do 2.º grau;($ax^2 + bx + c = 0$) Averiguar se as soluções da equação são ou não soluções do problema.	Aproveitar problemas geométricos para introduzir equações do segundo grau; recorrer aos conhecimentos sobre a factorização de polinómios para resolver equações do segundo grau; Distinguir a diferença entre os casos de resolução de equações incompletas do caso geral; Propor problemas, apresentando argumentos que facilitem a discussão oral e ou escrito.	**1.i)** Determinar, dado um polinómio do 2.º grau na variável x, $ax^2 + bx + c = 0$, uma expressão equivalente da forma $a(x + d)^2 + e$ e onde d e e são números reais e designar este procedimento por «completar o quadrado». **ii)** Resolver equações do 2.º grau começando por completar o quadrado e utilizando os casos notáveis da multiplicação. **iii)** Reconhecer que uma equação do segundo grau na variável $ax^2 + bx + c = 0$ é equivalente à equação$\left(\frac{x+b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{2a^2}$ e designar a expressão $b^2 \; - 4ac$ por «binómio discriminante» ou simplesmente «discriminante» da equação. **iv)** Reconhecer que uma equação do 2.º grau não tem soluções se o respetivo discriminante é negativo, tem uma única solução $\left(x = \frac{b}{2a}\right)$ se o discriminante é nulo e tem duas soluções $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ se o discriminante for positivo, e designar este resultado por «fórmula resolvente». **v)** Saber de memória a fórmula resolvente e aplicá-la à resolução de equações completas do 2.º grau. **vi)** Resolver equações do 2º grau usando a relação entre as soluções de uma equação de grau 2, $ax^2 + bx + c = 0$ e os coeficientes de $ax^2 + bx + c$.

			2. Resolver problemas geométricos e algébricos envolvendo equações do 2.º grau.
Equações literais (6h)			
- Equações literais; - Resolução em ordem a uma dada incógnita de equações literais do 1.º e 2.º grau.	**1.** Reconhecer equações literais; **2.** Resolver equações literais em ordem a uma das incógnitas; **3.** Resolver problemas envolvendo equações literais.	Aproveitar fórmulas da geometria (volume de um cilindro, ou de um prisma, V=Ah, com A = área da base e h = altura) e da física (V=et, V = velocidade, e = espaço linear percorrido, t = tempo), por exemplo, para introduzir equações literais.	**1.** Reconhece uma «equação literal» como sendo uma equação que se obtém igualando dois polinómios de forma que pelo menos um dos coeficientes envolva uma ou mais letras. **2**. Resolve equações literais do 1.º e do 2.º grau em ordem a uma dada incógnita considerando apenas essa incógnita como variável dos polinómios envolvidos e as restantes letras como constantes. **3**. Resolve problemas envolvendo equações literais.
Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas (8h)			
- Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas; forma canónica; soluções; sistemas equivalentes; - Interpretação geométrica de sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas; - Resolução de sistemas de duas equações de 1.º grau pelo método de substituição e pelo método da adição ordenada ou redução. - Problemas envolvendo sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.	**1.** Obter sistemas equivalentes a um sistema dado; **2.** Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas, gráfica e algebricamente. **3.** Resolver problemas utilizando sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.	Os sistemas podem ser introduzidos a partir de problemas do dia-a-dia, como problemas de idades, por exemplo, e discutir as soluções. Colocar as equações na forma $y = ax + b$ e, mobilizando os conhecimentos sobre a representação gráfica de funções afins, representar no mesmo referencial no plano, as duas equações e interpretar a interseção das retas como a solução do sistema; Aplicar os princípios de equivalência de equações e de sistemas para estabelecer o método da redução.	**1. i)** Identifica um «sistema de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas x e y um sistema de duas equações numéricas redutíveis à forma $ax + by = c$ tal que os coeficientes e não são ambos nulos e utilizar corretamente a expressão «sistema na forma canónica». **ii)**Transforma um sistema dado em sistemas equivalentes aplicando corretamente os princípios de equivalências de sistemas; **iii)** Identifica, fixada uma ordem para as incógnitas, o par ordenado de números (x_0, y_0) como «solução de um sistema com duas incógnitas» como o caso em que, ao substituir em cada uma das equações a primeira incógnita por x_0 e a segunda por y_0 se obtêm duas igualdades verdadeiras e como «sistemas

		Na resolução de sistemas, resolver o sistema geral $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ e chegar à solução geral $x = \frac{ce-bf}{ad-bc}, y = \frac{af-cd}{ad-bc}$. Chamar ao número ad - bc determinante do sistema e concluir que: Se ad - bc ≠ 0 então o sistema é possível e determinado; Se ad – bc = 0 (caso em que as duas equações são equivalentes) então o sistema é impossível. Chamar regra de Cramer à fórmula obtida e aplicá-la na resolução de sistemas ou na confirmação de soluções.	equivalentes» os sistemas com o mesmo conjunto de soluções. **iv)** Interpreta graficamente os sistemas de duas equações de 1.º grau num plano munido de um referencial cartesiano e reconhecer que um tal sistema ou não possui soluções («sistema impossível»), ou uma única solução («sistema possível e determinado») ou as soluções são as coordenadas dos pontos da reta definida por uma das duas equações equivalentes do sistema («sistema possível e indeterminado»). **2.i)** Resolve sistemas de duas equações do 1.º grau pelo método de substituição. **ii)** Resolve sistemas de duas equações do 1.º grau pelo método de redução ou adição ordenada. **3.** Resolve problemas utilizando sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.
Geometria e Medida			
Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos (8h)			
A Geometria euclidiana e o axioma das paralelas - 5.º Postulado de Euclides e axioma euclidiano de paralelismo; - Referência às Geometrias não-euclidianas; Geometria hiperbólica ou de *Lobachewski;* - Demonstrações de propriedades simples de posições relativas de retas	**1.**Caracterizar a Geometria Euclidiana através do axioma das paralelas. **2.** Identificar posições relativas de retas no plano utilizando o axioma euclidiano de paralelismo **3.** Identificar planos paralelos, retas paralelas e retas paralelas a planos no espaço euclidiano	Levar o aluno a compreender que na geometria euclidiana o plano é "plano" e a reta é "reta" por causa do axioma das paralelas, contrastando com o facto de, por exemplo, na superfície da Terra, as retas serem meridianos e que por um ponto exterior a um meridiano não passa nenhum meridiano que não intersecta o primeiro; Deduzir que, na geometria de uma superfície hiperbólica (a sela de cavalo é uma	**1. i)** Reconhece que o «5.º postulado de Euclides», na forma enunciada nos «Elementos de Euclides», estabelece que se duas retas num plano, intersetadas por uma terceira, determinam com esta ângulos internos do mesmo lado da secante cuja soma é inferior a um ângulo raso então as duas retas intersetam-se no semiplano determinado pela secante que contém esses dois ângulos. **ii)** Reconhece que o «axioma euclidiano de paralelismo» estabelece que por um ponto fora

num plano, envolvendo o axioma euclidiano de paralelismo. Paralelismo de retas e planos no espaço euclidiano - Planos concorrentes; propriedades; - Retas paralelas e secantes a planos; propriedades; - Paralelismo de retas no espaço; transitividade; - Paralelismo de planos: caracterização do paralelismo de planos através do paralelismo de retas; transitividade; existência e unicidade do plano paralelo a um dado plano contendo um ponto exterior a esse plano. Perpendicularidade de retas e planos no espaço euclidiano - Ângulo de dois semiplanos com fronteira comum; - Semiplanos e planos perpendiculares; - Retas perpendiculares a planos; resultados de existência e unicidade; projeção ortogonal de um ponto num plano; reta normal a um plano e pé da perpendicular; plano normal a uma reta; - Paralelismo de planos e perpendicularidade entre reta e plano;	**4.** Identificar planos perpendiculares e retas perpendiculares a planos no espaço euclidiano **5.** Resolver problemas envolvendo as posições relativas de retas e planos.	aproximação) por um ponto exterior a uma reta passam muitas retas paralelas a ela. Utilizar, sempre que possível, modelos de folhas de papel, para que os alunos desenvolvam a intuição do espaço a três dimensões.	de uma reta não passa mais que uma reta a ela paralela e que é equivalente ao «5.º postulado de Euclides» no sentido em que substituindo um pelo outro se obtêm axiomáticas equivalentes. **iii)** Reconhece que é possível construir teorias modificando determinadas axiomáticas da Geometria Euclidiana que incluam o 5.º postulado de Euclides e substituindo-o pela respetiva negação, designar essas teorias por «Geometrias não-Euclidianas» e, no caso de não haver outras alterações à axiomática original para além desta substituição, saber que se designa a teoria resultante por «Geometria Hiperbólica» ou «de *Lobachewski*». **2. i)** Demonstra que se uma reta interseta uma de duas paralelas e é com elas complanar então interseta a outra. **ii)** Demonstra que são iguais os ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas. **iii)** Demonstra que duas retas paralelas a uma terceira num dado plano são paralelas entre si. **3. i)** Reconhece que a interseção de dois planos a e b não paralelos é uma reta e, nesse caso, designá-los por «planos concorrentes». **ii)** Identifica uma reta como «paralela a um plano» quando não o intersetar. **iii)** Reconhece que uma reta que não é paralela a um plano nem está nele contida interseta-o exatamente num ponto, e, nesse caso, designá-la por «reta secante ao plano».

- Critério de perpendicularidade de planos; - Plano mediador de um segmento de reta. Problemas - Problemas envolvendo posições relativas de retas e planos.			**iv)** Reconhece que se uma reta é secante a um de dois planos paralelos então é também secante ao outro. **v)** Reconhece que se um plano é concorrente com um de dois planos paralelos então é também concorrente com o outro e reconhecer que as retas interseção do primeiro com cada um dos outros dois são paralelas. **vi)** Reconhece que duas retas paralelas a uma terceira (as três não necessariamente complanares) são paralelas entre si. **vii)** Reconhece que é condição necessária e suficiente para que dois planos (distintos) sejam paralelos que exista um par de retas concorrentes em cada plano, duas a duas paralelas. **viii)** Prova que dois planos paralelos a um terceiro são paralelos entre si, saber que por um ponto fora de um plano passa um plano paralelo ao primeiro e provar que é único. **4. i)** Reconhece, dados dois planos *a* e *b* que se intersetam numa reta r, que são iguais dois quaisquer ângulos convexos $A_1O_1B_1$ e $A_2O_2B_2$ de vértices em r e lados perpendiculares a r de forma que os lados O_1A_1 e O_2B_2 estão num mesmo semiplano determinado por r em *b* e os lados $\dot{O}_1B_1$ e $\dot{O}_2B_2$ estão num mesmo semiplano determinado por r em b, e designa qualquer dos ângulos e a respetiva amplitude comum por «ângulo dos dois semiplanos». **ii)** Designa por «semiplanos perpendiculares» dois semiplanos que formam um ângulo reto e por «planos perpendiculares» os respetivos planos suporte.

			iii) Reconhece que se uma reta r é perpendicular a duas retas *s*e t num mesmo ponto P, é igualmente perpendicular a todas as retas complanares a s e t que passam por P e que qualquer reta perpendicular a que passa por está contida no plano determinado pelas retas s e t. **iv)** Identifica uma reta como «perpendicular a um plano» num ponto P quando é perpendicular em a um par de retas distintas desse plano e justificar que uma reta perpendicular a um plano num ponto é perpendicular a todas as retas do plano que passam por P. **v)** Prova que é condição necessária e suficiente para que dois planos sejam perpendiculares que um deles contenha uma reta perpendicular ao outro. **vi)** Reconhece que existe uma reta perpendicular a um plano passando por um dado ponto, provar que é única e designar a interseção da reta com o plano por «pé da perpendicular» e por «projeção ortogonal do ponto no plano» e, no caso em que o ponto pertence ao plano, a reta por «reta normal ao plano em A». **vii)** Reconhece, dada uma reta r e um ponto P, que existe um único plano perpendicular a r passando por P, reconhece que é o lugar geométrico dos pontos do espaço que determinam com P, se pertencer a r, ou com o pé da perpendicular traçada de P para r, no caso contrário, uma reta perpendicular a r e designa esse plano por «plano perpendicular (ou normal) a r passando por P»

			e, no caso de P pertencer à reta, por «plano normal a r em P». **viii)** Reconhece que se uma reta é perpendicular a um de dois planos paralelos então é perpendicular ao outro e que dois planos perpendiculares a uma mesma reta são paralelos. **ix)** Designa por «plano mediador» de um segmento de reta [AB] o plano normal à reta suporte do segmento de reta no respetivo ponto médio e reconhecer que é o lugar geométrico dos pontos do espaço equidistantes de A e B. **5.** Resolve problemas envolvendo as posições relativas de retas e planos.
Medida (8h)			
Distâncias a um plano de pontos, retas paralelas e planos paralelos - Distância de um ponto a um plano; - Projeção ortogonal num plano de uma reta paralela ao plano e distância entre a reta e o plano; - Distância entre planos paralelos; - Altura da pirâmide, do cone e do prisma. **Volumes e áreas das superfícies de sólidos** - Volume da pirâmide, cone e esfera;	**1.** Definir distâncias entre pontos e planos, retas e planos e entre planos paralelos **2.** Comparar e calcular áreas e volumes à amplitude do respetivo ângulo ao centro. **3**. Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes de sólidos.	Nesta secção, são aplicados os conceitos da secção anterior, em particular, o traçado de uma reta perpendicular a um plano a, passando por um ponto P, que intersecta a no ponto Q, para se medir o comprimento do segmento [PQ]. Essa construção é usada para a determinação da distância entre duas retas paralelas r e s, recorrendo a uma reta perpendicular a ambas, que intersecta r no ponto P e s no ponto Q, para se medir o comprimento do segmento [PQ]. A distancia entre uma reta r paralela a um plano a, recorre à projeção ortogonal r’	**1.i)** Identifica, dado um ponto P e um plano Pi, a «distância entre o ponto e o plano» como a distância de P à respetiva projeção ortogonal em Pi e provar que é inferior à distância de P a qualquer outro ponto do plano. **ii)** Reconhece, dada uma reta r paralela a um plano a, que o plano definido pela reta e pelo pé da perpendicular traçada de um ponto de r para a é perpendicular ao plano a, que os pontos da reta interseção dos planos e são os pés das perpendiculares traçadas dos pontos da reta para o plano a, designar por «projeção ortogonal da reta r no plano a» e a distância entre as retas paralelas e por «distância entre a reta r e o plano a», justificando que é menor do que a distância

- Área da superfície de poliedros, da superfície lateral de cones retos e da superfície esférica; - Problemas envolvendo o cálculo de áreas das superfícies e volumes de sólidos.		de r sobre a. Tem-se que r é paralela a r' e aplica-se a construção anterior. As construções acima são usadas para determinar alturas de pirâmides, cones e prismas, que são a seguir utilizados no cálculo do volume desses sólidos. Para o cálculo aproximado do volume da esfera pode-se recorrer ao princípio de Cavalieri, que consiste em considerar volumes de fatias do sólido. A área das superfícies dos sólidos é calculada através da sua planificação, o que pode ser determinado experimentalmente usando sólidos de cartolina.	de qualquer ponto de r a um ponto do plano distinto da respetiva projeção ortogonal. **iii)** Reconhece, dados dois planos paralelos a e b, que são iguais as distâncias entre qualquer ponto de um e a respetiva projeção ortogonal no outro, designar esta distância comum por «distância entre os planos a e b» e justificar que é menor que a distância entre qualquer par de pontos, um em cada um dos planos, que não sejam projeção ortogonal um do outro. **iv)** Identifica a altura de uma pirâmide ou de um cone como a distância do vértice ao plano que contém a base e a altura de um prisma, relativamente a um par de bases, como a distância entre os planos que contêm as bases. **2.i)** Reconhece que a decomposição de um prisma triangular reto em três pirâmides com o mesmo volume permite mostrar que a medida, em unidades cúbicas, do volume de qualquer pirâmide triangular é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área de uma base pela medida da altura correspondente. **ii)** Reconhece, por decomposição em pirâmides triangulares, que a medida, em unidades cúbicas, do volume de qualquer pirâmide é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área da base pela medida da altura. **iii)** Reconhece que a medida, em unidades cúbicas, do volume de um cone é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área da base pela medida da altura, por se poder aproximar por volumes de

			pirâmides de bases inscritas e circunscritas à base do cone e o mesmo vértice. **iv)** Reconhece que a medida, em unidades cúbicas, do volume de uma esfera é igual a (4/3)Pir^3, onde r é o raio da esfera. **v)** Reconhece que, numa dada circunferência ou em circunferências iguais, o comprimento de um arco de circunferência e a área de um setor circular são diretamente proporcionais **vi)** Reconhece que, numa dada circunferência ou em circunferências iguais, arcos (respetivamente setores circulares) com comprimentos (respetivamente áreas) iguais são geometricamente iguais. **vii)** Identifica a área da superfície de um poliedro como a soma das áreas das respetivas faces. **viii)** Reconhece, fixada uma unidade de comprimento, que a medida, em unidades quadradas, da área (da superfície) lateral de um cone reto é igual ao produto da medida do comprimento da geratriz pelo raio da base multiplicado por , sabendo que pode ser aproximada pelas áreas (das superfícies) laterais de pirâmides com o mesmo vértice e bases inscritas ou circunscritas à base do cone, ou, em alternativa, observando que a planificação da superfície lateral corresponde a um setor circular de raio igual à geratriz. **ix)** Reconhece que a medida, em unidades quadradas, da área de uma superfície esférica é igual a 4Pir^2, onde é o raio da esfera.

			3. Resolve problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes de sólidos.
Trigonometria (8h)			
- Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo; - Fórmula fundamental da Trigonometria; - Relação entre a tangente de um ângulo agudo e o seno e cosseno do mesmo ângulo; - Relação entre o seno e o cosseno de ângulos complementares; - Dedução dos valores das razões trigonométricas dos ângulos de 45º, 30º e 60º; - Utilização de tabelas e de uma calculadora para a determinação de valores aproximados da amplitude de um ângulo conhecida uma razão trigonométrica desse ângulo; - Problemas envolvendo distâncias e razões trigonométricas.	**1.** Definir e utilizar razões trigonométricas de ângulos agudos; - Relacionar os valores das razões trigonométricas de ângulos complementares **2.** Resolver problemas envolvendo o cálculo de razões trigonométricas de ângulos agudos	Mostrar geometricamente os conceitos de seno, cosseno e tangente, exemplificar e analisar a partir de situações concretas Demonstrar a fórmula fundamental da trigonometria e relacionar a tangente com as outras razoes trigonométricas de um mesmo angulo. Concluir sobre o seno e o cosseno de ângulos complementares, por meio de figuras. Mostrar por construção, as razoes trigonométricas utilização de tabelas ou calculadora Orientar na dedução dos valores das razoes trigonométricas dos ângulos de 45°, 30° e 60°. Utilizar a calculadora para determinar os valores aproximados das amplitudes de um angulo, sendo dado uma das razoes trigonométricas desse angulo. Propor situações – problema que envolvem a vida real e a interdisciplinaridade. Utilizar conhecimentos da trigonometria e aplicar na resolução de problemas que envolvem o cálculo de distâncias.	**1.i)** Constrói, dado um ângulo agudo a, triângulos retângulos dos quais a é um dos ângulos internos, traçando perpendiculares de um ponto qualquer, distinto do vértice, de um dos lados de para o outro lado, provar que todos os triângulos que assim se podem construir são semelhantes e também semelhantes a qualquer triângulo retângulo que tenha um ângulo interno igual a a. **ii)** Identifica, dado um ângulo agudo interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, como «seno de » o quociente entre as medidas do comprimento do cateto oposto a e da hipotenusa e representá-lo por sin(a), sina ou sena. **iii)** Identifica, dado um ângulo agudo a interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, como «cosseno de a» o quociente entre as medidas do comprimento do cateto adjacente a e da hipotenusa e representá-lo por $\cos(a)$, $ou\ cos(a)$ **iv)** Identifica, dado um ângulo agudo a interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, como «tangente de a» o quociente entre as medidas do comprimento do cateto oposto a e do cateto adjacente a e representá-lo por $\tan(a)$, $ou\ tg(a)$. **v)** Reconhece o seno de a, cosseno de a e tangente de a por «razões trigonométricas» de a.

			vi) Reconhece, fixada uma unidade de comprimento e dados dois ângulos e com a mesma amplitude $\hat{a} = \hat{a}'$, que o seno, cosseno e tangente de são respetivamente iguais ao seno, cosseno e tangente de a’ e designá-los também respetivamente por seno, cosseno e tangente de $\hat{a}$. **vii)** Justifica que o valor de cada uma das razões trigonométricas de um ângulo agudo a (e da respetiva amplitude) é independente da unidade de comprimento fixada. **viii)** Reconhece que o seno e o cosseno de um ângulo agudo são números positivos menores do que 1. **ix)** Prova que a soma dos quadrados do seno e do cosseno de um ângulo agudo é igual a 1 e designar este resultado por «fórmula fundamental da Trigonometria». **x)** Prova que a tangente de um ângulo agudo é igual à razão entre os respetivos seno e cosseno. **xi)** Prova que seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de um ângulo complementar. **xii)** Determina, utilizando argumentos geométricos, as razões trigonométricas dos ângulos de 45º, 30º e 60º. **xii)** Utiliza uma tabela ou uma calculadora para determinar o valor (exato ou aproximado) da amplitude de um ângulo agudo a partir de uma das suas razões trigonométricas.

			2.i) Resolve problemas envolvendo a determinação de distâncias utilizando as razões trigonométricas dos ângulos de 45º, 30º e 60º. **ii)** Resolve problemas envolvendo a determinação de distâncias utilizando ângulos agudos dados e as respetivas razões trigonométricas dadas por uma máquina de calcular ou por uma tabela. **iii)** Resolve problemas envolvendo a determinação de distâncias a pontos inacessíveis utilizando ângulos agudos e as respetivas razões trigonométricas.
Circunferência (8h)			
Arcos de circunferência; extremos de um arco; arco menor e maior; - Cordas; arcos subtensos por uma corda; arco correspondente a uma corda; propriedades; - Amplitude de um arco; - Ângulo inscrito num arco; arco capaz; arco compreendido entre os lados de um ângulo inscrito; propriedades; - Segmento de círculo maior e menor; - Ângulo do segmento; ângulo ex-inscrito; propriedades; - Ângulos de vértice no exterior ou no interior de um círculo e lados intersetando a respetiva circunferência; propriedades; - Demonstração das fórmulas para a soma dos ângulos internos e de	1. Conhecer propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência. - Definir os ângulos da circunferência 2. Resolver problemas envolvendo circunferências, ângulos e arcos.	Recordar os conhecimentos anteriores sobre circunferências e círculos: centro, raio, diâmetro, corda, polígonos inscritos, reta tangente num ponto, segmento ou setor circular; Utilizar sempre material de desenho, régua, transferidor e compasso e suscitar a participação ativa dos alunos, em grupos, para executar construções geométricas envolvendo circunferências, círculos e seus elementos; Utilizar sempre material de desenho, suscitar a participação ativa dos alunos, em grupos, para executar construções geométricas associadas às proposições, teoremas e suas demonstrações, envolvendo circunferências, arcos menor e arco maior, ângulos e polígonos inscritos,	**1.i)** Identifica «arco de circunferência» como a interseção de uma dada circunferência com um ângulo ao centro e utilizar corretamente o termo «extremos de um arco». ii) Designa, dados dois pontos A e B de uma circunferência de centro O, não diametralmente opostos, por «arco menor AB», ou simplesmente «arco AB», o arco determinado na circunferência pelo ângulo ao centro convexo . **iii)** Designa, dados dois pontos A e B de uma circunferência de centro O, não diametralmente opostos, por «arco maior AB», o arco determinado na circunferência pelo ângulo ao centro côncavo AOB. **iv)** Representa, dados três pontos A, B e P de uma dada circunferência, por arco APB o arco de extremos A e B que contém o ponto P. **v)** Designa, dados dois pontos A e B de uma circunferência, por «corda AB» o segmento de

ângulos externos com vértices distintos de um polígono convexo; aplicações; - Demonstração da fórmula para a soma dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência; - Construção aproximada de um polígono regular de lados inscrito numa circunferência utilizando transferidor; - Problemas envolvendo ângulos e arcos definidos numa circunferência e ângulos internos e externos de polígonos regulares.		Mostrar a relação entre cordas, arcos e ângulos ao centro, utilizando as notações; Traçar ângulos cujos lados intersetam ou não a circunferência; Definir e utilizar instrumentos para referenciar todos os ângulos; Demostrar os teoremas dos ângulos com vértice sobre a circunferência e do angulo com vértice no exterior da circunferência; Demostrar, por construção, a relação entre os ângulos opostos de uma circunferência; Recorrer, sempre que possível, ao software Geogebra, instalado nos telemóveis, tablets e computadores para ilustrar construções; Resolver problemas, aplicando a definição dos diferentes ângulos e arcos da circunferência	reta [AB], os arcos de extremos A e B por «arcos subtensos pela corda AB», e quando se tratar de um arco menor, designá-lo por «arco correspondente à corda AB». **vi)** Reconhece, numa circunferência ou em circunferências iguais, que cordas e arcos determinados por ângulos ao centro iguais também são iguais e vice-versa. **vii)** Identifica a «amplitude de um arco de circunferência APB», como a amplitude do ângulo ao centro correspondente e representá-la por APB (com arco em cima) , ou simplesmente por AB (com arco em cima) quando se tratar de um arco menor. **viii)** Reconhece que são iguais arcos (respetivamente cordas) determinados por duas retas paralelas e entre elas compreendidos. **ix)** Demonstra que qualquer reta que passa pelo centro de uma circunferência e é perpendicular a uma corda a bisseta, assim como aos arcos subtensos e aos ângulos ao centro correspondentes. **x)** Designa por «ângulo inscrito» num arco de circunferência qualquer ângulo de vértice no arco e distinto dos extremos e com lados passando por eles, o arco por «arco capaz do ângulo inscrito» e utilizar corretamente a expressão «arco compreendido entre os lados» de um ângulo inscrito. **xi)** Demonstra que a amplitude de um ângulo inscrito é igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os respetivos lados e, como corolários, que ângulos inscritos no mesmo arco têm a mesma amplitude e que um ângulo

			inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto. **xii)** Designa por «segmento de círculo» a região do círculo compreendida entre uma corda e um arco por ela subtenso, dito «maior» quando o arco for maior e «menor» quando o arco for menor. **xiii)** Prova que um ângulo de vértice num dos extremos de uma corda, um dos lados contendo a corda e o outro tangente à circunferência («ângulo do segmento»), tem amplitude igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados. **xiv)** Designa por ângulo «ex-inscrito num arco de circunferência» um ângulo adjacente a um ângulo inscrito e a ele suplementar, e provar que a amplitude de um ângulo ex-inscrito é igual à semissoma das amplitudes dos arcos correspondentes às cordas que as retas suporte dos lados contêm. **xv)** Prova que a amplitude de um ângulo convexo de vértice no interior de um círculo é igual à semissoma das amplitudes dos arcos compreendidos entre os lados do ângulo e os lados do ângulo verticalmente oposto. **xvi)** Prova que a amplitude de um ângulo de vértice exterior a um círculo e cujos lados o intersetam é igual à semidiferença entre a maior e a menor das amplitudes dos arcos compreendidos entre os respetivos lados. **xvii)** Prova que a soma das medidas das amplitudes, em graus, dos ângulos internos de um polígono convexo com n lados é igual a $(n-2)180$ e deduzir que a soma de n

			ângulos externos com vértices distintos é igual a um ângulo giro. **xviii)** Prova que a soma dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência é igual a um ângulo raso. **2.i)** Constrói aproximadamente, utilizando um transferidor, um polígono regular com lados inscrito numa circunferência, sendo conhecido um dos seus vértices e o centro da circunferência. **ii)** Resolve problemas envolvendo a amplitude de ângulos e arcos definidos numa circunferência. **iii)** Resolve problemas envolvendo a amplitude de ângulos internos e externos de polígonos regulares inscritos numa circunferência.

Funções, Sequências e Sucessões II

Funções algébricas (8h)

Conteúdos e Conceitos	Objetivos de Aprendizagem (Conhecimentos, Procedimentos, atitudes)	Sugestões Metodológicas	Indicadores de Avaliação das Aprendizagens
- Funções de proporcionalidade inversa; referência à hipérbole; - Problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa; - Funções da família $f(x)=ax^2$ com a diferente de zero; - Conjunto-solução da equação de segundo grau $ax^2+bx+c=0$ como interseção da parábola de equação $y=ax^2$ com a reta de equação $y=-bx-c$.	**1.** Definir funções de proporcionalidade inversa **2.** Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa **3**. Interpretar graficamente soluções de equações do segundo grau. **4.** Resolver problemas envolvendo funções quadráticas.	Reconhecer a existência ou não de proporcionalidade direta ou inversa; Aproveitar as noções de proporcionalidade direta e inversa estudadas anteriormente; Traçar gráficos de funções previamente tabeladas; Utilizar, sempre que possível, software gráfico em telemóveis, tablets e	**1.i)** Reconhece, dada uma grandeza inversamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a «função de proporcionalidade inversa f» que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y=f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número real positivo x, $f\left(xm-\frac{1}{x}f(m)\right)$(ao multiplicar a variável independente m por um dado número positivo, a variável dependente $y=f(m)$ fica multiplicada pelo inverso desse número) e,

		computadores para traçar gráficos e estudar suas propriedades, em grupo. Propor situações de proporcionalidade que não sejam apenas de resolução mecânica.	considerando $m = 1$~~m=1~~, que f é uma função dada por uma expressão da forma $f(x) = a/x$, onde $a = f(1)$ e concluir a que é a constante de proporcionalidade inversa. **ii)** Reconhecer, fixado um referencial cartesiano no plano, que o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa é uma curva designada por «ramo de hipérbole» cuja reunião com a respetiva imagem pela reflexão central relativa à origem pertence a um conjunto mais geral de curvas do plano designadas por «hipérboles». **2**. Resolve problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa em diversos contextos. **3.i)** Reconhece, fixado um referencial cartesiano no plano, que o gráfico de uma função dada por uma expressão da forma $y = ax^2$ (número real não nulo) é uma curva designada por «parábola de eixo vertical e vértice na origem». **ii)** Reconhece que o conjunto-solução da equação de 2.º grau $ax^2 + bx + c = 0$ é o conjunto das abcissas dos pontos de interseção da parábola de equação $y = ax^2$, com a reta de equação $y = bx - c$ **4.** Resolve problemas envolvendo funções quadráticas.

Álgebra II			
Inequações (8h)			
Conteúdos e Conceitos	**Objetivos de Aprendizagem (Conhecimentos, Procedimentos, atitudes)**	**Sugestões Metodológicas**	**Indicadores de Avaliação das Aprendizagens**
- Inequação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto - solução; - Inequações possíveis e impossíveis; - Inequações equivalentes; - Princípios de equivalência; - Inequações de 1.º grau com uma incógnita; - Simplificação de inequações de 1.º grau; determinação do conjunto-solução na forma de um intervalo; - Determinação dos conjuntos-solução de conjunções e disjunções de inequações do 1.º grau como intervalos ou reunião de intervalos disjuntos; - Problemas envolvendo inequações de 1.º grau.	**1.** Resolver inequações do 1.º grau **2.** Resolver problemas envolvendo inequações do 1.º grau.	Dar enfase à resolução de problemas para desenvolver capacidades de comunicação em matemática, usar vocabulários e formas de representação através de símbolos, tabelas, expressando e compreendendo as ideias e relações; Depois da introdução do conceito de inequação, defini-la como uma desigualdade onde figura uma ou mais variáveis (letras); Orientar para a diferença entre equação e inequação; Mostrar o significado da inequações equivalentes; Resolver algebricamente as inequações do primeiro grau recorrendo ao paralelo com as equações do primeiro grau; identificar graficamente uma inequação do primeiro grau como um semiplano, aberto ou fechado, conforme a desigualdade for lata ou estrita.	**1.i)** Identifica, dadas duas funções numéricas f e g, uma «inequação» com uma «incógnita» como uma expressão da forma $f(x) < g(x)$ designar, neste contexto, $f(x)$ por «primeiro membro da inequação», $g(x)$ por «segundo membro da inequação», qualquer tal que por «solução» da inequação e o conjunto das soluções por «conjunto-solução». **ii)** Designa uma inequação por «impossível» quando o conjunto-solução é vazio e por «possível» no caso contrário. **iii)** Identifica duas inequações como «equivalentes» quando tiverem o mesmo conjunto-solução. **iv)** Reconhece que se obtém uma inequação equivalente a uma dada inequação adicionando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros, multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número positivo ou multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número negativo invertendo o sentido da desigualdade e designar estas propriedades por «princípios de equivalência». **v)** Designa por «inequação do 1.º grau com uma incógnita» ou simplesmente «inequação do 1.º grau» qualquer inequação $f(x) < g(x)$ tal que f e g são funções afins de coeficientes de

			distintos e simplificar inequações do 1.º grau representando e na forma canónica. **vi)** Simplifica os membros de uma inequação do 1.º grau e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada inequação do 1.º grau é equivalente a uma inequação em que o primeiro membro é dado por uma função linear de coeficiente não nulo e o segundo membro é constante ($ax < b$). **vii)** Resolve inequações do 1.º grau apresentando o conjunto-solução na forma de um intervalo. **viii)** Resolve conjunções e disjunções de inequações do 1.º grau e apresentar o conjunto-solução na forma de um intervalo ou como reunião de intervalos disjuntos. **2.** Resolve problemas envolvendo inequações do 1.º grau.
Organização e Tratamento de Dados			
Diagramas de extremos e quartis (6h)			
Conteúdos e Conceitos	**Objetivos de Aprendizagem (Conhecimentos, Procedimentos, atitudes)**	**Sugestões Metodológicas**	**Indicadores de Avaliação das Aprendizagens**
- Noção de quartil; - Diagramas de extremos e quartis; - Amplitude interquartil; - Problemas envolvendo gráficos diversos e diagramas de extremos e quartis.	**1.** Representar, tratar e analisar conjuntos de dados **2.** Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados em gráficos diversos e em diagramas de extremos e quartis.	Recordar o conceito de mediana de um conjunto ordenado de dados e generalizar o conceito para os quartis, fazendo notar que a mediana é o segundo quartil. Propor trabalhos de grupo que facilitem a analise de dados, cujos resultados sejam de utilidade momentânea;	**1.i)** Identificar, dado um conjunto de dados numéricos (sendo ímpar), o «primeiro quartil» (respetivamente «terceiro quartil») como a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior (respetivamente superior) a $\frac{(n+1)}{2}$ na sequência ordenada do conjunto inicial de dados. **ii)** Identificar, dado um conjunto de dados numéricos (sendo n par), o «primeiro quartil»

		Incentivar a interpretação dos resultados obtido nos estudos estatísticos; Através de problemas concretos explorar o significado da amplitude e da amplitude inter-quartis.	(respetivamente «terceiro quartil») como a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior ou igual a $\frac{n}{2}$ (respetivamente superior ou igual a $\frac{n}{2}+1$ na sequência ordenada do conjunto inicial de dados. **iii)** Identificar, considerado um conjunto de dados numéricos, o «segundo quartil» como a mediana desse conjunto e representar os primeiro, segundo e terceiro quartis respetivamente por Q_1, Q_2 e Q_3. **iv)** Reconhecer, considerado um conjunto de dados numéricos, que a percentagem de dados não inferiores (respetivamente não superiores) ao primeiro (respetivamente terceiro) quartil é pelo menos 75%. **v)** Representar conjuntos de dados quantitativos em diagramas de extremos e quartis. **vi)** Identificar a «amplitude interquartil» como a diferença entre o 3.º quartil e o 1.º quartil (Q_3-Q_1) e designar por «medidas de dispersão» a amplitude e a amplitude interquartis. **2.** Resolve problemas envolvendo a análise de dados representados em gráficos diversos e em diagramas de extremos e quartis.
Histogramas (6h)			
- Variáveis estatísticas discretas e contínuas; classes determinadas por intervalos numéricos; agrupamento de dados em classes da mesma amplitude; - Histogramas; propriedades;	**1.** Organizar e representar dados em histogramas. **2.** Resolver problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de	Deve ser recordada a noção de variável estatística, discreta e contínua, assim como o agrupamento em classes, estudados em anos anteriores. A representação em histogramas surge como resposta a problemas concretos do tipo:	**1.i)** Estende a noção de variável estatística quantitativa ao caso em que cada classe fica determinada por um intervalo de números, fechado à esquerda e aberto à direita, sendo esses intervalos disjuntos dois a dois e de união igual a um intervalo (e estender também ao caso em que se interseta cada um desses intervalos com um conjunto finito pré-determinado de

- Problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de frequência e histogramas.	frequência, diagramas de caule-e-folhas e histogramas.		números), designando também cada intervalo por «classe». **ii)** Identifica uma variável estatística quantitativa como «discreta» quando cada classe fica determinada por um número ou um conjunto finito de números e como «contínua» quando se associa a cada classe um intervalo. **iii)** Reagrupa as unidades de uma população em classes com base num conjunto de dados numéricos de modo que as classes tenham uma mesma amplitude pré-fixada e designar este processo por «agrupar os dados em classes da mesma amplitude». **iv)** Identifica, considerado um conjunto de dados agrupados em classes, «histograma» como um gráfico de barras retangulares justapostas e tais que a área dos retângulos é diretamente proporcional à frequência absoluta (e, portanto, também à frequência relativa) de cada classe. **v)** Reconhece que num histograma formado por retângulos de bases iguais, a respetiva altura é diretamente proporcional à frequência absoluta e à frequência relativa de cada classe. **vi)** Representa, em histogramas, conjuntos de dados agrupados em classes da mesma amplitude. **2.** Resolve problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de frequência, diagramas de caule-e-folhas e histogramas.

Tabelas de dupla entrada e matrizes (6h)			
- Tabelas de dupla entrada associadas a recolhas de dados em problemas diversos; - Matriz associada a uma tabela - Operações com tabelas e com matrizes: soma e produto por um escalar; - Produto escalar de uma matriz linha por uma matriz coluna e problemas de afetação - Produto de matrizes.	**1.** Reconhecer tabelas de dupla entrada **2.** Identificar a matriz associada a uma tabela **3.** Operar com tabelas e matrizes **4.** Identificar as matrizes associadas a um sistema de duas equações a duas incógnitas. **5.** Resolver problemas envolvendo tabelas e matrizes.	Introduzir as tabelas de dupla entrada através de problemas práticos do tipo registo mensal de compras, por quantidade, de 4 produtos em 3 mercados. A soma de tabelas aparece naturalmente com a questão de saber as quantidades dos produtos adquiridos ao longo de um trimestre, por exemplo. O produto de um número real por uma tabela aparece com a questão da soma de tabelas iguais. As matrizes aparecem como tabelas numéricas, abstraindo-se das informações sobre a proveniência desses números. As operações de adição com tabelas e matrizes vão ter as mesmas propriedades que a adição de números reais, sendo o elemento neutro a tabela ou matriz de entradas todas nulas. As listas são casos especiais de matrizes, podendo ser linhas ou colunas. O produto de uma matriz linha por uma matriz coluna surge em problemas do tipo: o registo de 5 preços de produtos é feito numa matriz linha e o registo das quantidades desses cinco produtos é feito numa matriz coluna. Qual o preço do total dos produtos? Basta fazer a soma dos produtos do n-ésimo preço pelo n-ésimo produto (n variando de 1 a 5). O produto de matrizes é uma generalização desta última operação e	**1.i)** Representa dados de um problema em tabelas de dupla entrada **ii)** Identifica o número de linha e o número de coluna de um elemento e indicar indicar a ordem de uma tabela; **2.i)** Indica a matriz associada a uma tabela, a sua ordem e a ordem dos seus elementos; **ii)** Classifica matrizes conforme a ordem; **3.i)** Adiciona algebricamente tabelas e matrizes de mesma ordem **ii)** Multiplica tabelas e matrizes por um número real. **iii)** Multiplica uma matriz linha por uma matriz coluna com as ordens convenientes; **iv)** Aplica as propriedades de operações com tabelas e matrizes; **4.** Utiliza tabelas e matrizes na modelação de problemas. **5.** Resolve problemas envolvendo tabelas e matrizes.

		aparece igualmente em problemas de afetação. Mostrar que o sistema $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ pode ser apresentado como na forma matricial AX=B em que A=$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$.	

4. BIBLIOGRAFIA

Caraça, B. J. (1998). Conceitos fundamentais da Matemática. Lisboa: Gradiva.

Cebola, G., & Pinheiro, M. A. (Orgs.) (1998). *Desenvolvimento curricular em Matemática*. Lisboa: SEM-SPCE.

Guzmán, M. (2002). The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. *Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics* (at the Undergraduate Level) Hersonissos, Crete, Greece (ERIC doc SE 066 909).

Klein, Felix (1972). Matemática elemental desde un ponto de vista superior, Reverté, Barcelona.

Lima, E. L. (2004). *Matemática e Ensino*. Lisboa: Gradiva.

Macias, E. R. (1970) Didática de las Matemáticas, Reverté, Barcelona.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.

NCTM (1993). Geometria a partir de múltiplas perspetivas — Normas profissionais para o ensino da Matemática: Coleção de adendas. Lisboa: APM.

NCTM (1994). Normas profissionais para o ensino da Matemática. Lisboa: IIE e APM.

NCTM (1999). Normas para a avaliação em Matemática escolar. Lisboa: APM.

NCTM (2001). Geometria dos 2.º e 3.º ciclos — Normas profissionais para o ensino da Matemática: Coleção de adendas. Lisboa: APM.

NCTM (2001). Lidar com dados e probabilidades — Normas profissionais para o ensino da Matemática: Coleção de adendas. Lisboa: APM.

NCTM (2006). Curriculum focal points for prekindergarten to grade 8 mathematics. Reston, VA: NCTM.

NCTM (2007). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Lisboa: APM.

NCTM (2014). *Principles to Actions. Ensuring Mathematical Sucess for All*. Reston, VA: NCTM.

Ponte, J. P., Boavida, A. M., Canavarro, A. P., Guimarães, F., Oliveira, H., Guimarães, H. M., Brocardo, J., Santos, L., Serrazina, L., & Saraiva, M. (2006). Programas de Matemática no 3.º ciclo do ensino básico: Um estudo confrontando Espanha, França, Irlanda, Suécia e Portugal. Lisboa: APM e FCUL, Centro de Investigação em Educação.

Ponte, J.P. (1993) O computador na sala de aulas, Texto, Lisboa.

Projecto DSN (2005). *Desenvolvendo o sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares*. Lisboa: APM.

Projecto DSN (2007). *Desenvolvendo o sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares*. (Volume II). Lisboa: APM.

Projecto Matemática para Todos (2000). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Lisboa: APM.

França, Programmes des Mathématiques (2019). Disponível em: https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/

Portugal, programa e metas curriculares de Matemática do Ensino Básico e Ensino Secundário (2018) e Cadernos de Apoio. Disponível em: www.dge.mec.pt

5. RECURSOS EDUCATIVOS RECOMENDADOS

Sítios da Internet

http://www.alea.pt/

O **ALEA** - **A**ção **L**ocal **E**statística **A**plicada → disponibiliza instrumentos de apoio ao ensino da Estatística

para alunos(as) e professores(as). Contém problemas baseados em notícias publicadas em órgãos de comunicação social, quebra-cabeças, jogos etc.

http:// www.geogebra.org/ → GeoGebra. Programa de Geometria dinâmica, e Álgebra para as escolas.